

II-117

傾斜落差工を通過する流れの数値解析

徳島大学大学院 学生員 天野裕仁
徳島大学工学部 正 員 岡部健士

1. まえがき

河道の幾何条件の複雑さに起因して生じる常・射流混在流れの1数値計算法として、一般曲線座標について記述された2次元の *St. Venant* 浅水方程式を *MacCormack* の時間分割・陽的差分法によって数値解析する方法が注目されている。本文では、急勾配を有する直線複断面水路の流れを取りあげ、物理量の保存則に抵触しない計算アルゴリズム、境界条件、人工粘性等について検討した2, 3の結果を報告する。

2. 基礎式および数値解法

(1) 基礎式¹⁾：一般曲線座標について記述された2次元の *St. Venant* 方程式は次の通りである。

$$\begin{aligned} \partial A / \partial t + \partial B / \partial \phi + \partial C / \partial \phi &= D_\phi + D_\psi \quad (1) \\ A &= \begin{pmatrix} h/J \\ u^x h/J \\ u^y h/J \end{pmatrix} \quad D_\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/J \cdot g h (S_{Hx}^\phi - S_{fx}^\phi) \\ 1/J \cdot g h (S_{Hy}^\phi - S_{fy}^\phi) \end{pmatrix} \quad D_\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/J \cdot g h (S_{Hx}^\psi - S_{fx}^\psi) \\ 1/J \cdot g h (S_{Hy}^\psi - S_{fy}^\psi) \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} u^\phi h/J \\ 1/J \cdot \{u^x u^\phi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx})\} \\ 1/J \cdot \{u^y u^\phi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy})\} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} u^\psi h/J \\ 1/J \cdot \{u^x u^\psi h - (\phi_x T_{xx} + \phi_y T_{yx})\} \\ 1/J \cdot \{u^y u^\psi h - (\phi_x T_{xy} + \phi_y T_{yy})\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ただし、 t = 時間、 h = 水深、 u^x, u^y = 物理面上の x および y 方向の流速、 u^ϕ, u^ψ = 流速ベクトルの ϕ および ψ 軸方向の反変成分、 g = 重力加速度、 $(S_{Hx}^\phi, S_{Hx}^\psi, S_{Hy}^\phi, S_{Hy}^\psi)$ 、 $(S_{fx}^\phi, S_{fx}^\psi, S_{fy}^\phi, S_{fy}^\psi)$ 、 $(T_{xx}, T_{xy}, T_{yx}, T_{yy})$ = 一般曲線座標に変換された水位勾配、河床摩擦勾配、乱流せん断力の水深方向積分値、 J = 座標変換のヤコビアン ($J = \phi_x \phi_y - \psi_x \psi_y$) である。

(2) 数値解法：*MacCormack* スキームによる解析では、まず、空間について2次元の方程式を1次の方程式に分割し (*phase split*)、次に、それぞれが前進および後退差分を組み合わせた2段階の差分式で表される。

本スキームは、例えば横断方向 (ϕ 軸上) での計算

の場合図2.1に示すコントロールボリュームの物理量をフラックス $C_1 \sim C_N$ で変化させる。ここで、注意すべき点が2点ある。第1点目は、 $K=1$ および N のコントロールボリュームは他のものの $\Delta \phi/2$ となっている点である。第2点目は、高水敷から低水路のように河床に落差がある場合である。例えば $K=3$ のコントロールボリュームに着目する。 $K=3$ のコントロールボリュームの物理量をフラックス C_3 で変

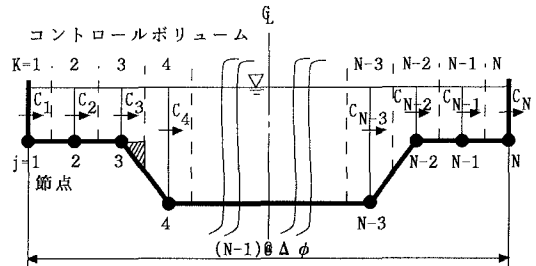


図2.1 横断方向 (ϕ 軸) のコントロールボリューム

化させるが、そのコントロールボリュームの大きさを節点3の水深を用いて表すと、斜線部で示された大きさを無視することになり不合理な解を得る。この斜線部の大きさは、計算格子をかなり細かく設定しなければ無視できないので考慮する必要がある。そこで本研究では、第 i, j 番目のコントロールボリュームの大きさを (2) 式で示すような代表水深 $h'_{i, j}$ を用いて表した。

$$\begin{aligned} h'_{i, j} / J_{i, j} &= \{4h_{i, j} / J_{i, j} + 2(h_{i+1, j} / J_{i+1, j} + h_{i-1, j} / J_{i-1, j} + h_{i, j+1} / J_{i, j+1} + h_{i, j-1} / J_{i, j-1}) \\ &\quad + h_{i+1, j+1} / J_{i+1, j+1} + h_{i+1, j-1} / J_{i+1, j-1} + h_{i-1, j+1} / J_{i-1, j+1} + h_{i-1, j-1} / J_{i-1, j-1}\} / 16 \quad (2) \end{aligned}$$

3. 境界条件

境界には、側壁としての固体境界と上・下流端断面としての開境界がある。まず、固体境界には境界条件 $u^\pm = 0$ を与える *slip condition* を適用した。しかし、単純に $u^\pm = 0$ と修正を行うと解析領域全体の保存性が破壊されるので、修正による運動量の欠損分を他の内部点に振り分ける必要がある。一方、開境界については、流入流量（上流端）および水位（下流端）を条件として与え、他の未知量を適当なボックス形式のスキームより求めればよい。

4. 人工粘性

本法では、Causon によって提案された *T.V.D* 型人工粘性²⁾を採用した。しかし、Causon が定義している関数 $G^\pm(r^\pm_j)$ を独立して定義する場合には、(3) 式のようにまとめることはできない。そこで、本法では、(4) 式のように修正した関数を適用し、水位に付加して計算を行った。

$$G^\pm(r^\pm_j) = \frac{|v|}{2} (1 - |v|) [1 - \phi(r^\pm_j)] \quad (3)$$

$$G^\pm(r^\pm_j) = \frac{|v| \pm v}{4} (1 - |v|) [1 - \phi(r^\pm_j)] \quad (4)$$

5. 試行計算

図 5.1 に示す直線複断面水路に表 5.1 の条件で行った計算結果を図 5.3(a),(b) に示す。落差工近辺の流速ベクトルの分布は、高水敷から低水路への流れの落ち込み、低水路中央への流れの集中等、ほぼ妥当なもののように思われる。水位の縦断形状においては、跳水部の低水路中心線上の水面が急上昇している様相が認められる。この跳水部を横断方向についてみると、高水敷から低水路へ滑らかに盛り上がりっており低水路中心への流れの集中などが起因しているものと思われる。また、上述のコントロールボリュームおよび人工粘性の修正を行わなかった計算も試みたが、高水敷と低水路との境界で流速が大きくなり流速分布に角が現れるなど不合理な点が見られ、最後には数値不安定が生じ計算不能となった。従って、本法による修正は、有用であると思われる。

表 5.1 計算条件

流入流量 Q	$639.21 \text{ m}^3/\text{sec}$
下流端水深 h_D	4.00 m
粗度係数(高水敷)	0.05
粗度係数(低水路)	0.03
渦動粘性係数 ε	$u \cdot h/6$

[参考文献]

1) 清水康行・山下恭正・山下彰司・宗田徳彦：一般曲線座標を用いた常・射流混在流れの計算，河川に関する調査・試験・研究報告書，北海道開発局土木研究所，pp.93-108,1992.

2) D.M.Causon : *High Resolution Finite Volume Schemes and Computational Aerodynamics, Nonlinear Hyperbolic Equation Theory, Computation Method and Applications, Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol.24, 63-74, 1989.*

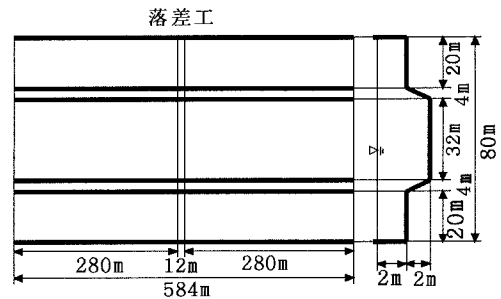


図 5.1 モデル水路の平面・横断面図

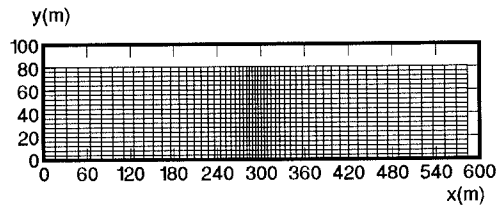


図 5.2 計算メッシュ図

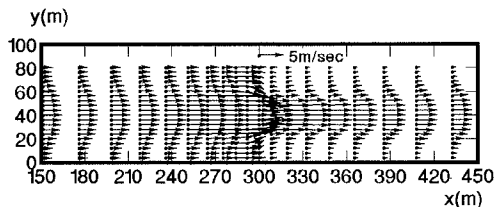


図 5.3(a) 落差工近辺の流速ベクトル図

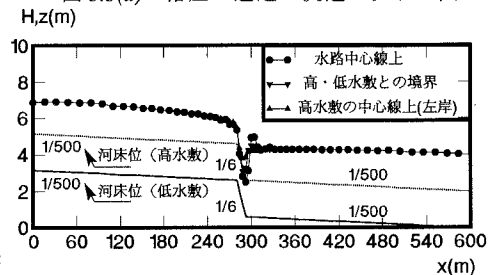


図 5.3(b) 水位・河床位の縦断形状図