

II-3 ブシネスク方程式の多層モデル化の試み

五洋建設技術研究所 正員 金山 進

1. はじめに

平面波浪場の計算手法には近年ますます高い精度が要求されつつあり、灘岡・中川（1993）、後野（1994）、磯部（1994）によって強非線形強分散性の非定常波動モデルが提案されている。これらはいずれも複数成分の変量（それぞれ、流速、圧力、ポテンシャル）を連成させて解くものであり、ある意味では、元来3次元の現象である波動を平面2次元にモデル化することにある程度犠牲にせざるを得ない鉛直方向の特性を複数の単層成分の合成によって表現しているといえる。したがって、多層の波動モデルを導入することは極めて自然な発想であり、片山・佐藤（1993）は碎波帯での戻り流れの計算に2レベルのブシネスク方程式を用いている。しかし、この時点では、2深度の流速が分散項を介して連成する効果を直接には取り扱わない便宜的な手法を採っている。本報では、非線形性の取扱いには若干便宜的な仮定を行いつつも分散項を介した各レベルの流速の連成効果を取り入れた任意レベル数の多層ブシネスク方程式を導出するとともに実用化へ向けての第一歩として簡単な条件での試計算を行った。

2. 多層のブシネスク方程式

静水面を上端とする層を第1層とし、海底面を下端とする最下層を第N層とするNレベルのモデルを考える。各層の厚さを d_n とし、以下の展開においては層厚の空間的变化は無視する。

鉛直流速 w は連続式を海底面（ $-h$ ）から任意深度 z まで積分した式（1）で、圧力 p は鉛直方向の運動方程式から移流項を除去したものを任意深度 z から水表面 η まで積分した式（2）で与えられるものと仮定して w に関する移流項を省略したオイラーの水平方向の運動方程式を書き換えると層数Nの場合の第 n 層の運動方程式として式（3）が得られる。また、連続式としては式（4）を用いる。

$$w = \int_{-h}^z \nabla u dz \quad (1)$$

$$p = \rho g(\eta - z) + \rho \int_z^0 \frac{\partial w}{\partial t} dz \quad (2)$$

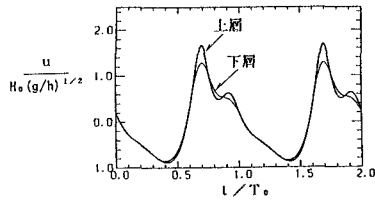
$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial t} &= (\bar{u}_n \cdot \nabla) \bar{u}_n + g \nabla \eta \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^N d_i d_j \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t}) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} d_i^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}) \\ &\quad + \sum_{i=n+1}^N \frac{1}{2} d_i d_n \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}) + \frac{1}{3} d_n^2 \nabla (\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial t}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \nabla (d_i \bar{u}_i) + \nabla (\eta \bar{u}_1) = 0 \quad (4)$$

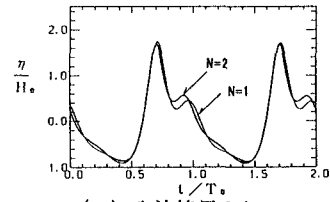
ただし、式（2）の右辺第2項の積分は本来水表面 η まで行うべきものであるが、水位が第1層下端よりも下がった場合の処理の問題もあり、ここでは静水位までの積分に置き換えている。この点に加えて、鉛直流速 w に関する移流項を省略している点などで現時点では非線形性を完全には評価できていない。

3. レベル数2での試計算

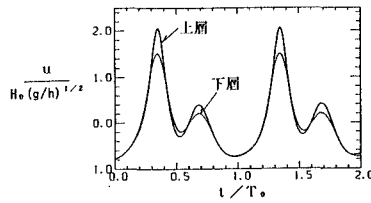
ここでは、 $N=2$ とした場合についての1次元での計算例として、24mの一樣水深領域に周期26s、波高6mの規則波を入射させた結果を示す。図-1は代表点（入波境界からの距離 x が250m、500m、750mの3地点）における上層および下層（それぞれ水深の半分の厚さに設定）の流速波形を示したものである。入波境界では上層、下層とも線形長波の流速を与えているが、伝播に伴って鉛直分布が生じている。図-2は水位時系列を $N=1$ のブシネスク方程式の結果と比較したものであるが、 $N=2$ のほうが分裂の進行が遅くなっていることがわかる。後藤（1984）なども指摘しているようにブシネスク方程式の分散項は過小評価であり、分裂が早く生じ過ぎる傾向があることから、 $N=2$ としたことでこの点がいくぶん改善されているものと思われる。



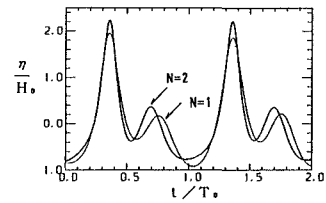
(a) 入波境界より250m



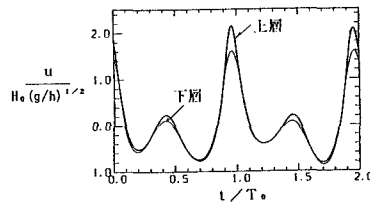
(a) 入波境界より250m



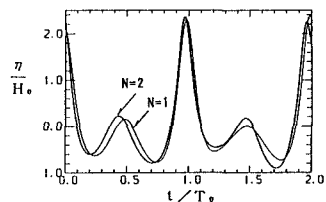
(b) 入波境界より500m



(b) 入波境界より500m



(c) 入波境界より750m



(c) 入波境界より750m

図-1 上層および下層の流速波形

図-2 層数による水面波形の違い

4. おわりに

現時点では層数2の1次元計算という最も簡単な例を取扱ったところであるが、①層数の追加、②平面2次元モデルへの拡張、③碎波モデルの導入などの作業を経て実用化を試みる予定である。

<参考文献>

磯部雅彦(1994)：非線形緩勾配波動方程式の提案，海岸工学論文集，第41巻，pp.1-5.

片山裕之・佐藤慎司(1993)：Boussinesq方程式を用いた不規則波の浅水・碎波変形の計算法，海岸工学論文集，第40巻，pp.16-20

後藤智明(1984)：アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式，土木学会論文集，Vol.351，pp.193-201

灘岡和夫・中川康之(1993)：新しい非線形・分散性波動方程式による非線形波動場解析の試み，海岸工学論文集，第40巻，pp.6-10.

後野正雄(1994)：強非線形平面不規則波動場に対する連成振動方程式とその基礎的特性，海岸工学論文集，第41巻，pp.16-20.