

I-B 203 鉛直アレー記録を用いた地盤の非線形地震応答の推定法

佐藤工業（株） 正会員 吉田 望、末富岩雄
京都大学防災研究所 正会員 佐藤忠信

1 はじめに

地震時の地盤の挙動を追跡する方法として、これまで逆解析による推定法、鉛直アレーの加速度記録から慣性力（せん断応力）とせん断ひずみを求め応力－ひずみ関係を描いて確認する方法などが行われてきたが、いずれもたとえばひずみの小さい場合には精度に欠けるようである。ここではこのような処理を行わず、地盤の非線形挙動の有無を確認するための手法を提案する。

2 理論的検討

因果関数 $f(t)$ （時刻 $t < 0$ で $f = 0$ ）のフーリエ変換を $F(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$ とすれば、ヒルベルト変換

$$X(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(y)}{\omega - y} dy = -\frac{i}{2\pi} R(\omega) * \frac{2}{i\omega} \quad (1)$$

が成立し、フーリエ変換の実部から虚部を求めることが出来る。また、実部、虚部のフーリエ逆変換 $f(t)$ 、 $f_o(t)$ はそれぞれ偶関数と奇関数になり、 sgn を符号関数とすれば次式が成立する。

$$f_o(t) = f_e(t) \cdot \text{sgn}(t) \quad (2)$$

$$f(t) = (f_e(t) + f_o(t)) / 2 \quad (3)$$

鉛直アレー記録など、対象とする地盤を挟んで原因と結果となる二つの地震記録 $W_i(t)$ と $W_o(t)$ が得られているとし、そのフーリエ変換の比を $F(\omega)$ と置く。

$F(\omega)$ の実部のみをフーリエ逆変換し、式(2)により奇関数を求め、これをフーリエ変換すると実部が 0 で虚部が $\tilde{X}(\omega)$ の関数が得られる。そこで、 $F(\omega)$ の実部と $\tilde{X}(\omega)$ とを実部と虚部とする関数

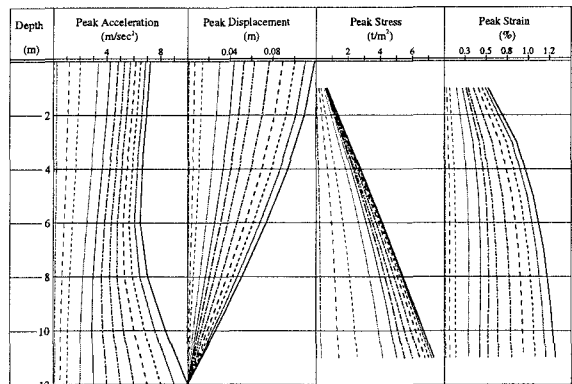
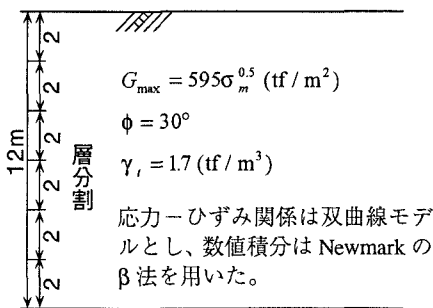
$$\tilde{F}(\omega) = R(\omega) + i \tilde{X}(\omega) \quad (4)$$

について検討する。

$F(\omega)$ は周波数領域での地震動の増幅を表している。系が弾性でその性質が地震動の間変化しなければ、対象とする時間の取り方に関わらず $F(\omega)$ は一定で、 $\tilde{F}(\omega)$ と一致する。一方、地盤が非線形挙動をする場合には増幅特性は時間による変化するので、全経過時間について処理を行って得られた $\tilde{F}(\omega)$ は平均的な増幅特性を表すことになり、 $F(\omega)$ と $\tilde{F}(\omega)$ は一致しない。すなわち、 $F(\omega)$ と $\tilde{F}(\omega)$ 、ないしは $\tilde{F}(\omega)$ と入力波 $W_i(t)$ のフーリエ変換の積のフーリエ逆変換 $\tilde{W}_o(t)$ と $W_o(t)$ を比較し、これらが一致すれば弾性挙動、一致しなければ非線形挙動していると判断することが出来る。

3 ケーススタディ

図-1 に示すモデル地盤の基盤に El-Centro 1940, N-S 波の最初の 10 秒を大きさを変えて入力する。最大加速度 α_{max} は 1、10、50、100 以降 1000 cm/s^2 まで 100 刻みで変化させた。図-2 に最大応答値を、図-3 に最下層の応力－ひずみ関係の例を示す。図-2 より入力加速度が大きくなるにつれ当然応答は大きくなって行くが、最大加速度が頭打ちになっていくこと、せん断ひずみはどんどん大きくなるが、せん断応力は頭打ちになっていることなどが分かる。また、図-3 と比較することで、非線形挙動の程度も理解できる。



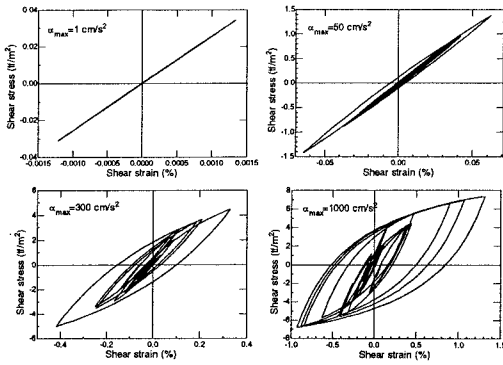


図-3 応力－ひずみ関係の例

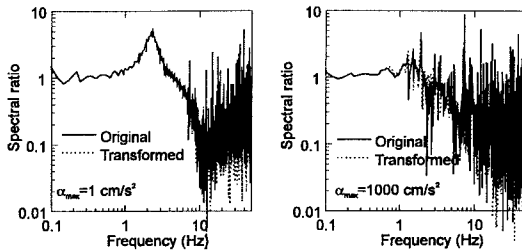


図-4 地表と基盤のスペクトル比

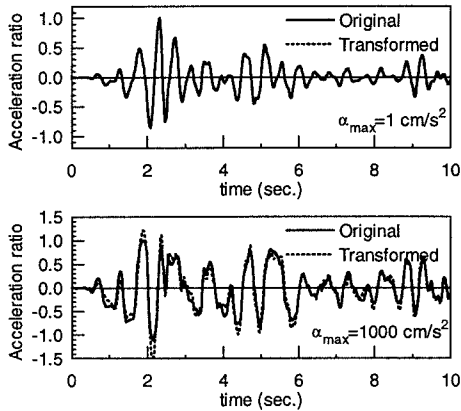
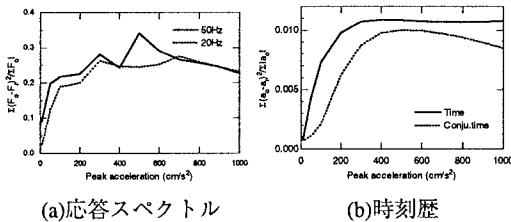


図-5 時刻歴の比較



(a) 応答スペクトル

(b) 時刻歴

図-6 変換に伴う誤差

図-4、5にはほぼ弾性的な挙動と考えられる $\alpha_{max} = 1 \text{ cm/s}^2$ とケーススタディの中では最大の $\alpha_{max} = 1000 \text{ cm/s}^2$ の場合について、地表の応答値と前記変換後の

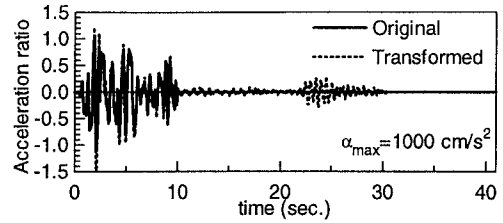


図-7 全計算時間の時刻歴の比較

波形の基盤に対するスペクトル比および地表の時刻歴を比較して示す。なお、スペクトル比のスムージング処理は行っていない。また、計算に際し、全体で 4096 個のデータとなるよう、後続の 0 を付加した。

$\alpha_{max} = 1$ （以下単位は省略）では、時刻歴では図では区別出来ない程度に二つの波形は一致している。スペクトル比では、高周波成分で若干の違いが見られる部分もあるが、これは数値計算や高速フーリエ変換の際の誤差（計算は単精度で行った）などによるものと考えられる。一方、 $\alpha_{max} = 1000$ では卓越周期の付近でもスペクトル比に差が見られ、時刻歴でもピーク近くで明らかに有意な差が見られる。したがって、これらの比較より非線形挙動を判断することは可能と考えられる。

判断を定量的に行うために、増幅比、時刻歴のそれぞれについて地表の応答の差の自乗和の絶対値に対する比（以後単に誤差と呼ぶ）を計算し、入力加速度と比較したものを図-6 に示す。誤差は、地盤の非線形挙動とともに急激に増加するが、入力加速度 $\alpha_{max} = 300$ 程度からほぼ一定値となる。なお、(a)では全周波数帯域意外に、工学的に重要と考えられる 20Hz までの計算も行っている傾向は変わらない。ま(b)で conj. time として示したのは、図-7 に例を示すように全計算時間について描いた時刻歴では共役部分で本来 0 であるべき波形に大きな波が見られることから、この部分のみを着目して示したものである。いずれの方法もやや非線形化が進行した部分では十分に検証可能な程度の差が得られており、実地震でも判定は可能と考えられる。

4 おわりに

アレー記録から地盤の非線形挙動を識別する手法の理論的な可能性を示した。今後、判定法をより一般化し、実地震動による検討を行っていきたい。