

I-B 163

変動軸力と面内荷重を同時に受けるケーブルの非線形応答（ $\nu=2$ の場合）

長崎大学工学部 学生員○花田博史 長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
ピー・エス 正 員 山口健市

1. まえがき 著者らは、斜張橋などの支持ケーブルの支点が塔もしくは桁の振動によって変動軸力を受けケーブルが振動する場合の線形応答を報告した¹⁾。また、ケーブルは非線形性が強い構造部材であるため応答を求めるには、非線形振動論による解析が必要となる。そこで、変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブルの非線形振動を解析し、その特性を明らかにした²⁾。しかし、これまでは変動軸力の項と面内荷重の項との振動数の比が1:1($\nu=1$)を有する場合にとどまっている。そこで、本研究では変動軸力の項と面内荷重の項との振動数の比が2:1($\nu=2$)の関係にある場合を対象とし、これらの力を同時に受ける偏平ケーブルについて応答振幅に及ぼすサグ比、変動軸力、および荷重強度の影響を明らかにし、 $\nu=1$ の場合と比較をする。

2. 解法 変動軸力と面内荷重を受ける偏平ケーブル（サグ比1/8以下）の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{8f}{l^2} H_a - (H_e + H_t \cos \nu \Omega t + H_a) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p \cos(\Omega t + \varphi) \quad (1)$$

ここに、 $H_a = \frac{EA}{L_e} \left\{ \frac{8f}{l^2} \int_0^l w dx + \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$: たわみによる付加水平張力、 m : ケーブルの単位長さあたりの質量、 f : ケーブルのサグ、 l : スパン長、 H_e : 初期水平張力、 H_t : 変動軸力の振幅、 p : 荷重強度、 w : たわみ、 t : 時間、 $\nu \Omega$: 変動軸力の円振動数、 Ω : 外力の円振動数、 φ : 位相角、 x : 支点からの水平距離、 E : ヤング率、 A : 断面積、 L_e : ケーブル長（図-1 参照）。

式(1)の解を次のように1自由度系で仮定する。

$$w = IT(t)W(x) \quad (2)$$

ここに、 T : 時間関数、 W : 座標関数で線形振動の固有振動形。

式(2)を式(1)に代入して、Galerkin 法を適用すれば時間に関する運動方程式が得られる。これに減衰力を考慮すると

$$\ddot{T} + 2h\omega_1 \dot{T} + (\omega_1^2 + C_1 \bar{H}_t \cos \nu \bar{\omega} \tau) T + C_2 T^2 + C_3 T^3 = C_4 \bar{p}_0 \cos(\bar{\omega} \tau + \varphi) \quad (3)$$

ここに、 ω_1 : 1次振動の無次元固有円振動数、 h : 減衰定数、 $\bar{H}_t = H_t / H_e$: 無次元変動軸力の振幅、 $\bar{\omega} = \Omega / n_0$: 無次元加振円振動数、 $\bar{p}_0 = p_0 / H_e$: 無次元荷重強度、 $\tau = n_0 t$: 無次元時間、 $n_0 = \sqrt{H_e \pi^2 / ml^2}$: 弦の第1次の固有円振動数、 C_2, C_3 : 非線形項の係数。なお、 $\omega_1, C_1, C_2, C_3, C_4$ はケーブルのサグ比 $\gamma = f/l$ 、および縦波-横波伝播速度比 $k = \sqrt{EA / H_e}$ および W より定まる。

式(3)の定常解を得るために、調和バランス法を用いる。まず、近似解を次式で仮定する。

$$T = c_0 + c_{1/2} \cos \frac{\bar{\omega} \tau}{2} + s_{1/2} \sin \frac{\bar{\omega} \tau}{2} + c_1 \cos \bar{\omega} \tau + s_1 \sin \bar{\omega} \tau \quad (4)$$

ここに、 c_0, c_1, s_1 : 付随調波成分、 $c_{1/2}, s_{1/2}$: 分岐調波成分

式(4)を式(3)に代入して調和バランス法を適用すると、非線形連立代数方程式が得られる。

この方程式に Newton-Raphson 法を用い、初期値を入れて解けば振幅成分が得られる。また、式(4)を2次元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill 法を用いると時間応答が得られる。

3. 解析結果 本研究は、 $\nu=2$ の場合の解析を行った。

(1) $\nu=1$ の場合との比較 $\nu=1$ と $\nu=2$ の場合との比較を図-2と図-3の応答曲線で示す。ここで、サグ比 $\gamma = 0.02$ 、無次元変動軸力の振幅 $\bar{H}_t = 0.3$ 、荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.3$ 、縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ 、減衰定数 $h = 0.005$ としている。縦軸はスパン長で無次元化した無次元応答振幅、横軸は弦の第1次の固有円振動数で無次元化した無次元加振円振動数である。また、数値シミュレーションによる最大応答を○でプロットし

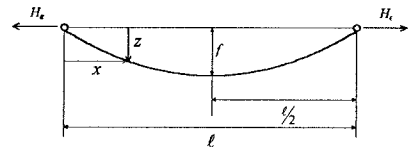


図-1 ケーブルの一般図

た。解析解と数値解はよく一致している。どちらも変動軸力と面内荷重を受けるため、あらゆる振動数領域に応答は現れ固有振動数($\omega_1=1.68$)と固有振動数の2倍($2\omega_1=3.36$)付近の領域で主調波応答、1/2 分数調波共振の応答がそれぞれ成長している。 $\nu=1$ の場合、変動軸力の影響が固有振動数の2倍付近で強く現れ、1/2 分数調波共振の応答を増大させ、加振振動数を大きくすると新たに分岐した応答が出現しているが、 $\nu=2$ の場合は変動軸力の影響は小さく応答は増大せずピークをもっている。しかし、発生する振動数領域は広がる。また、主調波応答に関しては、 $\nu=2$ の場合に変動軸力の影響によって $\bar{\omega}=1.5$ 付近に分岐応答が発生する。

(2)サグ比の影響 図-4 は、変動軸力の振幅 $\bar{H}_t=0.3$ 、荷重強度 $\bar{p}_0=0.3$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ 、減衰定数 $h=0.005$ とし、サグ比 γ をパラメータに示した応答曲線である。 $\gamma=0.01, 0.02, 0.03$ をそれぞれ実線、破線、一点破線で区別している。 $\gamma=0.01$ は硬化バネ特性、 $\gamma=0.02, 0.03$ は軟化バネ特性を示す。サグ比が大きくなると1/2 分数調波共振の発生領域が広がるが、振幅の大きさに変化は見られない。 $\gamma=0.01, 0.03$ の場合は、固有振動数付近に分岐する応答が発生しない。

(3)変動軸力の影響 図-5 は、サグ比 $\gamma=0.02$ 、荷重強度 $\bar{p}_0=0.2$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ 、減衰定数 $h=0.005$ とし、変動軸力の影響を調べるため変動軸力の振幅を $\bar{H}_t=0.0$ と 0.3 で比較した応答曲線である。実線は $\bar{H}_t=0.3$ 、破線は $\bar{H}_t=0.0$ である。 $\bar{H}_t=0.0$ の場合は面内荷重のみを受ける強制振動であり、主調波応答と1/2 分数調波共振の応答がそれぞれ出現している。変動軸力を加えることによって1/2 分数調波共振の発生する領域が広がるが、その振幅は変化しない。 $\nu=2$ の場合、変動軸力の影響が固有振動数の2倍付近よりも固有振動数付近の領域に現れ、分岐した応答が発生するが、振幅の大きさはほとんど変化しない。

まとめ 変動軸力の項と面内荷重の項の振動数の比が2:1でケーブルに作用する場合の非線形応答について解析した。荷重強度の影響を含め、詳しい結果については当日発表する。

参考文献 1) 高橋・鎌田・町田・松野:土木学会論文集, No.495/I-28, pp.127-130, 1994.7

2) 高橋・花田・鎌田・山口:構造工学における数値解析シンポジウム論文集, 第19巻, pp.397~402, 1995.7

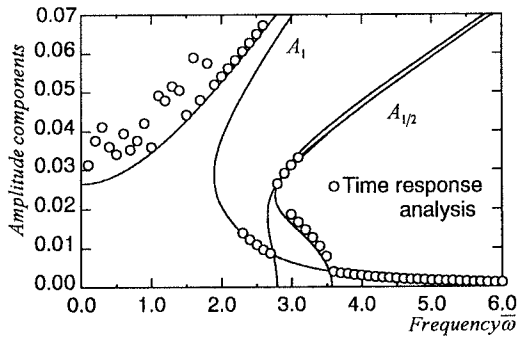


図-2 $\nu=1$ の場合の応答曲線

($\gamma=0.02, \bar{H}_t=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30, h=0.005$)

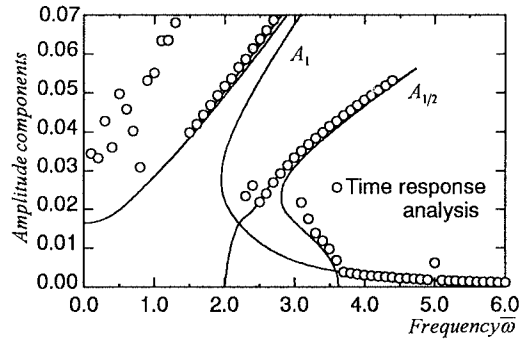


図-3 $\nu=2$ の場合の応答曲線

($\gamma=0.02, \bar{H}_t=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30, h=0.005$)

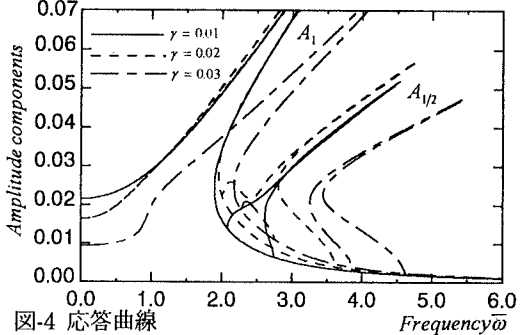


図-4 応答曲線

($\nu=2, \bar{H}_t=0.3, \bar{p}_0=0.3, k=30, h=0.005$)

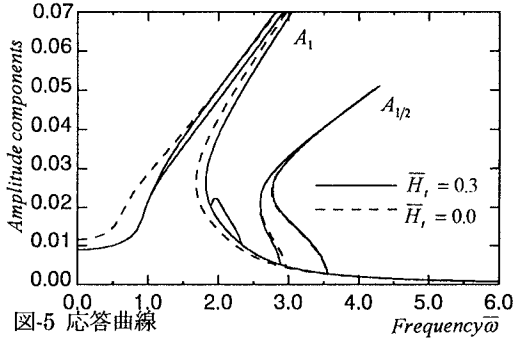


図-5 応答曲線

($\nu=2, \gamma=0.02, \bar{p}_0=0.2, k=30, h=0.005$)