

I-B 162

ケーブルの支点が変動する場合の非線形応答解析

ピー・エス 正 員○山口 健市 長崎大学工学部 正 員 高橋 和雄
長崎大学工学部 学生員 花田 博史 長崎大学工学部 学生員 HERATH, M.C.R.

1. まえがき

ケーブルに現れる振動問題は、非常に多岐にわたり、特に非線形振動は、興味深い現象が多くみられ注目されている。非線形現象の一つの例として、走行荷重などによる斜張橋の桁が周期的振動を受けることによって支持ケーブルに振動が生じる、いわゆる係数励振振動問題が挙げられる。著者らは、ケーブルの支点が動かない場合の周期的変動軸力を受けるケーブルの動的安定解析を行ってきたが、ケーブルの支点に作用する力は支点変位によって与えられることを考慮すると、ケーブルの支点が動く場合の解析を行う必要がある。そこで、本研究においては、傾斜したケーブルが周期的な支点変位を受ける場合¹⁾について2自由度までを採用し、1次および2次振動の非線形連成項を介して発生する分岐応答を調和バランス法を用いて、ケーブル長、ケーブルの傾斜角および支点変位をパラメータとして解析する。ついで、Runge-Kutta-Gill法を適用した時間応答解析により解析解の精度を検証する。

2. 解法

図-1に示すような周期的な支点変位を受ける傾斜ケーブルの応答 y を、1次および2次振動を考慮して次のように仮定する¹⁾。

$$y(x, t) = (X \sin \theta) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \sin \Omega t + P_1(t) \sin \frac{\pi x}{L} + P_2(t) \sin \frac{2\pi x}{L} \quad (1)$$

ここに、 L ：ケーブルのスパン長、 X ：支点変位の振幅、 x ：スパン方向の座標、 Ω ：支点変位の円振動数、 θ ：ケーブルの傾斜角、 P_1, P_2 ：1次および2次振動の時間関数。 y ：たわみ

ケーブルのひずみエネルギー、運動エネルギーおよび重力のなす仕事を用いて、Hamiltonの原理を適用し、さらに粘性減衰力を考慮すると、次のような連立非線形常微分方程式が得られる¹⁾。

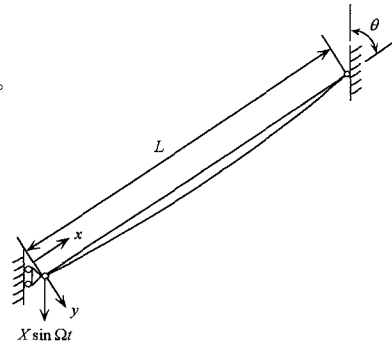


図-1 ケーブルの一般図

$$\ddot{P}_1 + 2h_1 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^4 \lambda^2 \right\} \dot{P}_1 + \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^4 \lambda^2 + \left(\psi \cos \theta - \frac{\lambda \eta}{2\sqrt{3}} \sin \theta \right) \sin \omega \tau + \frac{1}{6} (\eta \sin \theta)^2 (\sin \omega \tau)^2 \right] P_1 \quad (2)$$

$$- \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2} \lambda \left(P_1^2 + \frac{4}{3} P_2^2 \right) + \frac{4}{3} P_1^3 + \frac{16}{3} P_1 P_2^2 = \frac{1}{2} \eta \left[\left(\omega^2 - \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \right) \sin \theta + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \cos \theta \right] \sin \omega \tau + \frac{\sqrt{3}}{6\pi^2} \lambda (\eta \sin \theta)^2 (\sin \omega \tau)^2$$

$$\ddot{P}_2 + 4h_2 \dot{P}_2 + 4 \left[1 + \left(\psi \cos \theta - \frac{\lambda \eta}{2\sqrt{3}} \sin \theta \right) \sin \omega \tau + \frac{1}{6} (\eta \sin \theta)^2 (\sin \omega \tau)^2 \right] P_2 \quad (3)$$

$$- \frac{8\sqrt{3}}{3\pi^2} \lambda P_1 P_2 + \frac{4}{3} P_1^2 P_2 + \frac{16}{3} P_2^3 = \frac{1}{4} \eta \omega^2 \sin \theta \sin \omega \tau.$$

ここに、 $\tau = \omega_0 t$ ：無次元時間、 ω_0 ：弦の1次の固有円振動数、 $\omega = \Omega / \omega_0$ ：支点変位の無次元円振動数、 $\psi = X / X_0$ ：振幅比、 X_0 ：緊張したときの伸び、 $\eta = X / (X_0 L / 3)^{1/2}$ ：振幅比、 $\chi = mg \sin \theta / F_0$ 、 mg ：ケーブルの単位長さあたりの重量、 F_0 ：静的軸力、 $\kappa = \chi L$ 、 $\lambda = \kappa / (F_0 / ES)^{1/2}$ 、 E ：ヤング率、 S ：断面積、 h_1, h_2 ：1次および2次振動の減衰定数。

式(2),(3)の解析解は、固有円振動数付近に生じる付随解の他に、固有円振動数付近に生じる副不安定領域とその2倍の振動数付近に生じる主不安定領域を考慮して、式(2),(3)の解を次のように仮定する。

$$P_1 = c_{10} + A_{1P} \cos\left(\frac{\omega\tau}{2} - \varphi_1\right) + A_{1S} \cos(\omega\tau - \varphi_2) \quad (4)$$

$$P_2 = c_{20} + A_{2P} \cos\left(\frac{\omega\tau}{2} - \varphi_3\right) + A_{2S} \cos(\omega\tau - \varphi_4) \quad (5)$$

ここに、 c_{10}, A_{1P}, A_{1S} : 1次振動の振幅成分、 φ_1, φ_2 : 1次振動の位相差、 c_{20}, A_{2P}, A_{2S} : 2次振動の振幅成分、 φ_3, φ_4 : 2次振動の位相差。

式(4),(5)を式(2),(3)に代入して、調和バランス法を適用すれば、未定定数を求める連立非線形代数方程式が得られる。これにNewton-Raphson法を用いて、仮定した初期値のもとに解けば、それぞれの振幅が得られる。また、式(2),(3)を4元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法を適用して直接数値積分すれば、時間応答が得られ、解析解の検証ができる。

3. 数値結果

図-2は、ケーブル長 $L=25\text{m}$ 、ケーブルの傾斜角 $\theta=10^\circ$ のケーブルについて、支点変位の振幅 $X=6.48\text{cm}$ (スパンの $1/5,000$) の場合の1次(実線)、2次(破線)振動の主 (A_{1P}, A_{2P}) および副不安定領域 (A_{1S}, A_{2S}) の応答曲線を示す。横軸は、支点変位の無次元円振動数 ω 、縦軸は、無次元応答振幅および実振幅である。図より、1次振動の主不安定領域と2次振動の副不安定領域が共存する $\omega=2$ 付近において、1次および2次の連成応答 (A'_{1P}, A'_{2S}) が現れ、その影響は振幅の小さい特定の振動数領域のみ現れる。この領域においては、 ω の増加にともない両者の振幅は互いに成長していくが、やがて、1次振動の振幅のみが減少する。さらに、 ω を増加させると互いに連成しない単独の応答が現れ、成長していく傾向がある。また、鉛直ケーブル ($\theta=0^\circ$) と水平ケーブル ($\theta=90^\circ$) の応答曲線を図-3、4に示す。

図-2～4より、連成応答 A'_{1P}, A'_{2S} は傾斜角が小さい場合、すなわち、励振力が強制外力より支配的な傾斜ケーブルのみ現れる。また、水平ケーブルでは、1次および2次振動の主不安定領域の応答は存在しない。

4. まとめ

ここでは、1次および2次振動の応答について傾斜角による影響を示した。ケーブル長および支点変位による影響についての詳細は、講演時に発表する。

参考文献

1) A. Pinto da Costa and J.A.C.Martins : The Nonlinear Oscillations of Inclined Excited Periodic Motions of Their Supports, International Symposium on Cable Dynamics, pp.205～212, 1995.

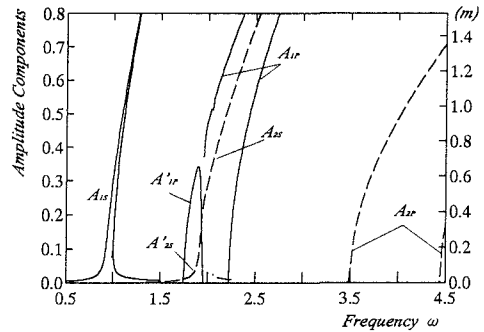


図-2 応答曲線 ($L=25\text{m}$, $\theta=10^\circ$, $X=6.48\text{cm}$)

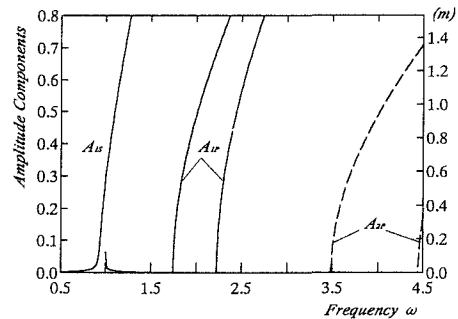


図-3 応答曲線 ($L=25\text{m}$, $\theta=0^\circ$, $X=6.48\text{cm}$)

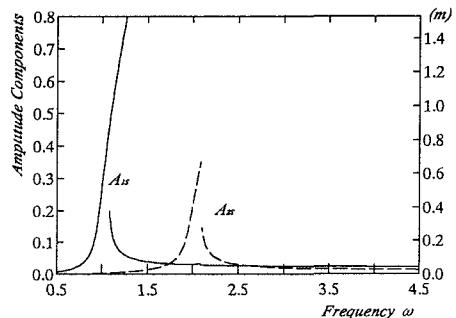


図-4 応答曲線 ($L=25\text{m}$, $\theta=90^\circ$, $X=6.48\text{cm}$)