

I-B 144

逆対称アングルプライ積層板の衝撃応答解析

北海道開発コンサルタント 正会員 熊谷 清貴

北海道大学工学部

正会員 三上 隆

1. はじめに

積層板は、その優れた材料特性から多くの工学的分野での使用を目指し数多くの研究がなされている。しかし、より積極的な利用を図るには、まだ検討すべき問題が残されている。本論文で取り上げる衝撃問題もその一つである。ここでは、Mindlin 板理論を拡張した、1次せん断変形理論に基づいて、衝撃荷重を受ける任意形状積層板の応答特性の解明を目的に、アイソパラメトリック要素による定式化を試みる。なお、数値計算では、周辺が固定されたアングルプライ積層板の正方形・円板を対象にした。

2. 解析方法

有限要素法により離散化すれば、積層板の運動方程式は次式となる。

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{a}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{a}\} - \{\mathbf{f}(t)\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $[\mathbf{M}]$ =質量マトリックス、 $[\mathbf{K}]$ =剛性マトリックス、 $\{\mathbf{a}\}$ =節点変位ベクトル、 $\{\mathbf{f}\}$ =外力ベクトル。

要素には、8節点四辺形の Serendipity 族要素²⁾を用い、剛性マトリックスの評価では板厚が薄くなる場合の非常に剛すぎる解を避けるために、積分点 2×2 の次数低減積分法²⁾を採用した。

また式(1)の数値積分には、Newmark- β 法^{4, 5)}を用い、時間刻み Δt は次式³⁾を基準に設定した。

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \Delta x \left(\rho(1-\nu^2) / E_{11} \left\{ 2 + (1-\nu) \left(\pi^2/12 \right) \left(1 + 1.5(\Delta x/h)^2 \right) \right\} \right)^{1/2} \quad \dots\dots (2)$$

ここで、 E_{11} =板の繊維方向弾性係数、 ν =ポアソン比、 h =板厚、 ρ =密度、 Δx =最小節点間距離。

3. 数値計算例

解析に用いた積層板は、全周固定の逆対称アングルプライの正方形板（辺長 a 、板厚 h ）と、これに内接する円形板である。衝撃荷重は強度 q_0 の等分布満載荷重が、時間にはステップ関数状および矩形状に作用する場合を対象にし、対称性から板の4分の1に対して解析した。以下に示す結果は板の中央における無次元変位 $W = w_0 E_{22} h^3 \times 10^3 / q_0 a^4$ （ w_0 =たわみ、 E_{22} =繊維直角方向弾性係数）であり、パラメータ θ は積層角、 E は弾性係数比（繊維方向弾性係数 E_{11} と繊維直角方向弾性係数 E_{22} の比）である。なお積層数は2と ∞ （直交異方性解に相当）とした。

図-1は板厚比 $a/h=100$ 、積層角 $\theta=45^\circ$ に対して弾性係数比 E が25と40について、図-2は板厚比 $a/h=100$ 、弾性係数比 E が25に対して、積層角 θ が 15° 、 30° 、 45° の場合について、動的挙動を示したものである。応答波形は同一の時刻でピーク値をとる類似なもので、またパラメータによらずピーク値は静的な場合の約2倍であった。

図-3は、ステップ荷重を短時間載荷した後、荷重を除去した例を示す。グラフの縦軸は静的な変位との比を表す。また図中の波形は、実線がステップ荷重を載荷したものであり、破線は上からそれぞれ、周期の40%、30%、20%、10%の間のみ載荷した後、荷重を除去した例を示す。荷重を除去した後は自由振動を起こす。

図-4は、板厚比 $a/h=10$ 、20、100の場合の動的応答倍率を示す。正方形板、円形板ともに板厚比によらず周期の50%の載荷時間で静的変位の約2倍のピーク値に収束する。

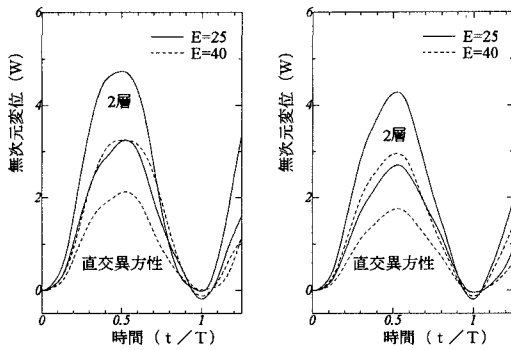
4. まとめ

以上の結果をまとめると

(1)面積のほぼ等しい周辺固定された正方形板と円形板の板中央点での変位応答は大体等しくなる。

(2)正方形板と円形板の動的応答倍率は、ほぼ同程度の値をとる。

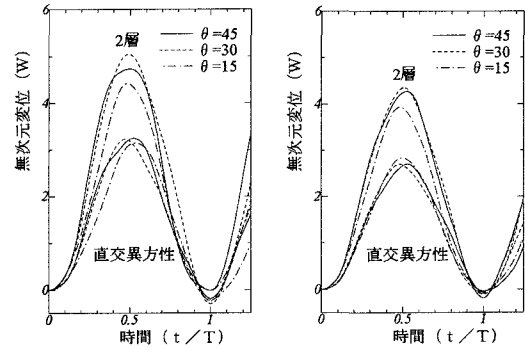
今後は幾何学的非線形の影響も明らかにする予定である。



(a) 正方形板

(b) 円形板

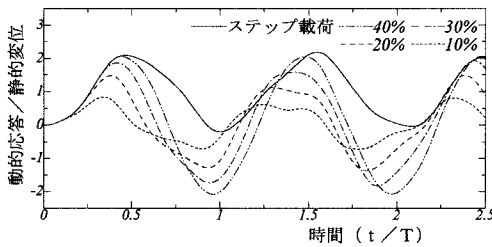
図-1 弾性係数比を変化させたときの変位応答



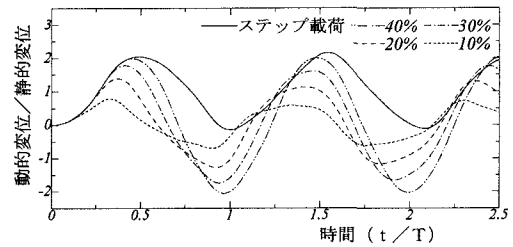
(a) 正方形板

(b) 円形板

図-2 積層角を変化させたときの変位応答

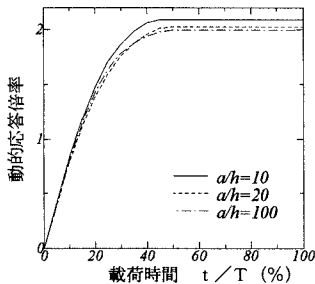


(a) 正方形板

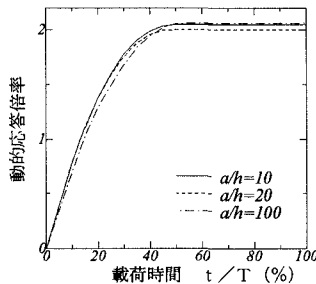


(b) 円形板

図-3 荷重を途中で除去した場合の時刻歴



(a) 正方形板



(b) 円形板

図-4 動的応答倍率

参考文献

- 1) 福田博 他訳：複合材料の構造力学，日刊工業新聞社，昭和62年
- 2) O.C.Zienkiewicz：マトリックス有限要素法，培風館，1984
- 3) T.Kant and J.R.K. Kommineni：Geometrically Non-Linear Transient Analysis of Laminated Composite and Sandwich Shells with a Refined Theory and C^0 Finite Elements, Computers & Structures, vol.52, No.6, pp.1243-1259, 1994
- 4) M.A.Dokainish and K.Subaraj：A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics-I, Computers & Structures, vol.32, No.6, pp.1371-1386, 1989
- 5) K.Subaraj and M.A.Dokainish：A Survey of Direct Time-Integration Methods in Computational Structural Dynamics-II, Computers & Structures, vol.32, No.6, pp.1387-1401, 1989