

I-B 143 四隅単純支持矩形板の支点反力の衝撃応答解析

専修大学北海道短期大学 正員 三上敬司

日本大学生産工学部 正員 能町純雄

1. まえがき

衝突衝撃実験では、一般的に重錘や被衝突体に加速度計を取り付けて測定した加速度に質量を掛けて衝撃力を算定している。しかし、衝突体が被衝突体を貫通するような場合は測定不能となるため¹⁾、そのような場合は支承部にロードセルを設置し測定した応力より衝撃力を算定する方法が用いられている。この種の実験における理論的な解析は文献2)～4)以外にはあまり多く見当たられないようである。

以上のことを踏まえて、本論文では四隅単純支持された矩形板に衝撃荷重が作用した場合の支点反力の衝撃挙動を理論的に検討することとする。

2. 理論解析

たわみ w の重調和微分式に対する Green の積分は、次式のように示すことができる。

$$\int_0^a \int_0^b [(\Delta^2 w) \cdot u - (\Delta^2 u) \cdot w] dx dy = R(w \cdot u) \quad \text{ただし, } \Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (1)$$

有限フーリエ正弦変換について以下に示す。

$$\left. \begin{aligned} S_m[f(x)] &= \int_0^a f(x) \sin \frac{m\pi}{a} x dx \\ f(x) &= \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} S_m[f(x)] \sin \frac{m\pi}{a} x dx \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

図-1 に示したように、 $(0, a)$, $(0, b)$ なる矩形領域で積分可能な関数 w について次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} S_m S_n[w] &= \int_0^a \int_0^b w \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y dx dy \\ w &= \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} S_m S_n[w] \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2.1. 四辺自由で四隅とも支持されている矩形板の固有振動

たわみを w 、曲げ剛性を $D = Ed^3/12(1-\nu^2)$ 、 E 、 d 、 ν 、 ρ をそれぞれ板の弾性係数、厚さ、ポアソン比、密度とすれば、固有振動の微分方程式は次式に示すとおりである。

$$\Delta^2 w + \frac{\rho d}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

この場合の境界条件式は次式に示すとおりである。

$$x=0, x=a \text{ で } \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \quad x=0, x=b \text{ で } \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0 \quad (5)$$

1) 式中の記号をそれぞれ次式のように $u = \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$, $w = W \sin \omega t$ において、この式を 1)～4) 式を用いて固有振動数 ω_i および固有ベクトル $A_1^{(i)}$ を求める。

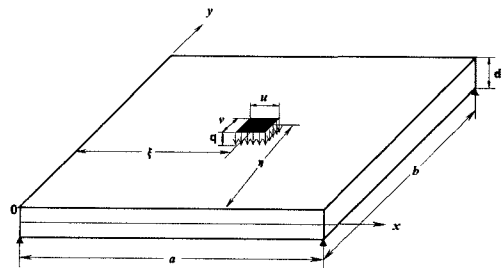


図-1 衝撃荷重を受ける四隅単純支持板

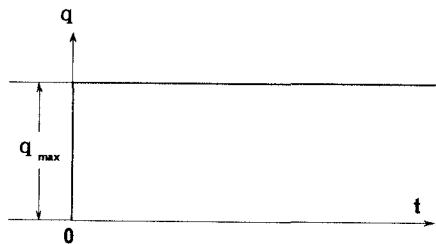


図-2 時間方向におけるステップ荷重

2.2. 動的応答解析

Φ_i をモード形，時間に関する項を $\phi_i(t)$ として，モード法を用いて動的応答解析を行なうこととする．従って，たわみは次式のように表すことができる．

$$W = \sum_i A_i^{(i)} \Phi_i(x, y) \phi_i(t) \quad (6)$$

減衰係数を C とする強制振動方程式を以下に示すと，

$$\Delta^2 W + C \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\rho d}{D} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{q(x, y, t)}{D} \quad (7)$$

6) 式を 7) 式に代入してたわみ W を求めると，

$$W = \frac{1}{\rho d} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Phi_i(x, y) \Psi_i(x_0, y_0)}{\omega_i'} \int_0^t q_i(t) e^{-h\omega_i' t} \sin \omega_i' (t - \tau) d\tau \quad (8)$$

全支点反力 R は 8) 式を次式に代入して求める．

$$R = 8D(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right]_{x=0, y=0} \quad (9)$$

ここで， $\Psi_i(x_0, y_0)$ ：一般化外力， $q_i(t)$ ：荷重時間，

$\omega_i' = \omega_i \sqrt{1-h^2}$ ，減衰定数： h

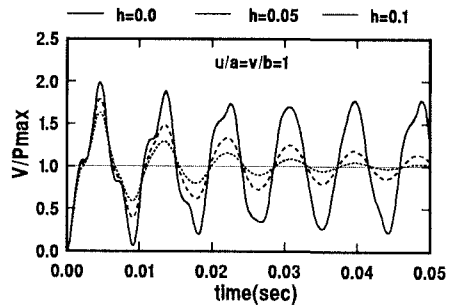


図-3 ステップ荷重の場合の時刻歴応答分布

3. 数値解析例

数値計算例における固有振動数 ω_i を求めるために用いたパラメータは， $\nu=0.2$ ， $a=b=1m$ とし，またフーリエ級数の項数に関しては $m=25$ ， $n=25$ で十分収斂していることを確認している．次に，図-2 に示したように，時間方向の荷重分布はステップ荷重と仮定して載荷幅 u ， v とした矩形等分布荷重強度 $q_{\max}$ が矩形板中心に作用している場合の全支点反力に対する時刻歴応答分布について求める．それらのパラメータは，それぞれ $\rho=2.5tf/m^3$ ， $E=3 \times 10^6 tf/m^2$ ， $d=0.1m$ ，全入力荷重 $P_{\max}=10tf$ とする．なお，本解析における支点反力は固有値が 50 個で十分収斂している．

図-3 は，載荷分布幅 $u=v=1m$ の満載荷重で減衰定数 $h=0, 0.05, 0.1$ に対する全支点反力の時刻歴応答分布を示している．応答分布は四隅支持矩形板の固有周期約 $T_T=8.8msec$ にほぼ等しい値を示している．減衰定数 $h=0$ の場合では入力荷重のほぼ 2 倍の応答値を示している．また，応答値は減衰定数が大きくなるに従って 2 倍以下となり， $h=0.1$ の場合では時間 $t=50msec$ でほぼ入力荷重値つまり応答倍率 1 に収斂していることがわかる．

4. あとがき

本論文では，時間方向ではステップ荷重，長さ方向では満載荷重が矩形板に作用した場合の全支点反力に関して理論的に解析を行なった．数値計算結果より，減衰定数の影響を受けていることがわかった．特に，減衰定数 $h=0$ の場合では入力荷重のほぼ 2 倍の応答値を示していることがわかった．今後は荷重形状，載荷荷重時間，載荷分布幅，長さ方向分布などの影響についても検討を行なう予定である．

本研究に当たっては，私学財団の補助を受けて行なったものであることをここに付記します．

参考文献

- 1) 伊藤千浩・大沼博志・白井孝治・能町純雄：飛来物の衝突に対するコンクリート構造物の設計手法，JCI コロキウム「RC 構造物のせん断設計法に関する解析的研究」，pp.227~234，1989.
- 2) 菅田紀之・岸徳光：衝撃荷重載荷による矩形梁の動的応答倍率，構造工学論文集，Vol.39A，pp.1501~1511，1993.
- 3) 三上敬司：衝撃荷重を受ける四辺単純支持板の支点反力の応答性状，専修大学北海道短期大学環境科学研究所報告書 No.2，pp.253 ~ 267，1991.
- 4) 三上敬司，能町純雄：衝撃荷重を受ける有限円板の応答解析，土木学会北海道支部論文集，第 51 号(A)，pp.50~55，1995.2.