

I-B 141

梁に作用する衝撃力の拡張カルマンフィルタによる推定

(株)日本工営 正会員 桑邊 和幸
 北海道大学工学部 正会員 三上 隆
 (株)地崎工業 正会員 須藤 敦史
 北海道大学工学部 正会員 佐伯 昇

1. はじめに

梁や板などの構造部材の衝撃解析に関する研究¹⁾が行われているが、理論解析において衝撃力の大きさとその時間変動は簡単な数式や形で仮定される場合が多い。しかし、実際に作用する衝撃力は複雑な形状を示すものと考えられ、構造物等の衝撃力に対する安定性を評価するためには、構造物に作用した衝撃力の正確な推定が必要となる。そこで本研究では、構造物の衝撃応答における入・出力の関係を確率過程と考え、拡張カルマンフィルタ²⁾による観測値(変位・ひずみ・加速度)から構造物に作用した衝撃力を推定する手法の基礎検討を数値解析を通して行った。なお、数値解析としては両端単純支持されたTimoshenko梁の有限要素解析³⁾を用いている。

2. 拡張カルマンフィルタによる定式化

拡張カルマンフィルタは、次式に示すようにベイズ理論により観測値を確率量の実現値として取り扱い、事前分布を観測値により更新し、事後分布を推定する漸化型の最適化手法である⁴⁾。

$$\frac{dX_t}{dt} = f(X_t, t) + G_t w_t \quad (1)$$

$$Y_{t_k} = h(X_{t_k}, t_k) + v_{t_k} \quad (2)$$

X_t, X_{t_k} : 連続型, 離散型状態量

w_t, v_{t_k} : システムノイズ*, 観測ノイズ*

Y_{t_k} : 観測値, G_t : 変換行列

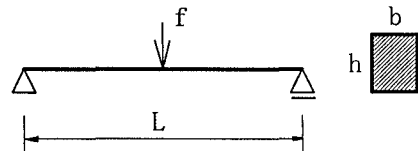


Fig. 1 解析モデル

ここで、状態量(未知量)の定常性を仮定すると状態方程式(1)は式(3)となる。本解では状態量は入力荷重としその要素数は離散時刻 t_k のステップ数としている。

$$X(t_{k+1}|t_k) = [I]X(t_k|t_k) + w t_k \quad (3)$$

また、Timoshenko梁の支配方程式は観測方程式(2)に記述しているため、近似的に拡張カルマンフィルタの変換行列を式(4)より求める⁵⁾。

$$\frac{\partial h_i(X_{t_k})}{\partial X_j} = \frac{h_i(X_{t_k} + \Delta X_j) - h_i(X_{t_k})}{\Delta X_j} \quad (4)$$

$h_i(X_{t_k})$: $h(X)$ の*i*番目の観測点

ΔX_j : X_j の微小増分, e_j : *j*番目の要素が1の単位ベクトル

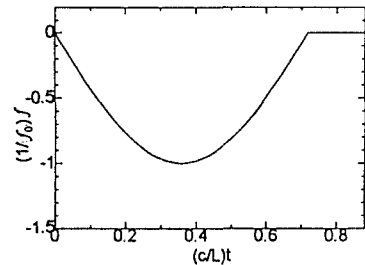


Fig. 2 作用荷重

これより拡張カルマンフィルタと有限要素法による荷重推定が可能になる。

3. 数値解析

数値解析に用いたモデルはFig. 1に示すように両端単純支持梁とし、モデルの諸元は $h/L = 0.15$, $b/h = 0.52$ (h : 梁高, b : 梁幅, L : 梁長)としている。また作用する衝撃力は式(5)に示すsin波形が梁の中央部に作用するものとし(Fig. 2)、実際の有限要素解析では梁半分を20分割している。ここで剛性・質量マトリクスはTimoshenko梁の理論によるもの、時間積分には高次の振動を抑制するため数値減衰のあるNewmark法($\alpha = 0.6, \beta = 0.3025$)を用い時間刻み Δt は $(c/L) \Delta t = 0.0175$ としている。

$$f_0 = \sin \pi(ct/0.6125L) \quad (5)$$

f_0 : 衝撃荷重, c : 縦波の速度, t : 時間

観測値は上記の荷重を用いてあらかじめ順解析を行い、応答変位・ひずみ・加速度を求めている。また観測ノイズは平均0の正規乱数を応答値に加え、ノイズ比率は各応答値との分散比としている。ここで、本手法の実観測値に対する適用性を検討するため、観測値に含まれるノイズの大きさと観測値の時間間隔(2, 3, 4, 5 Δt)を数値解析の時間間隔より大きくした場合において推定精度の比較を行う。なお、時間間隔を大きくした場合

の推定では、求められた各時間間隔における推定値を基に直線関数により外挿的に間隔 Δt における衝撃力を求めている。

4. 解析結果

(1)変位

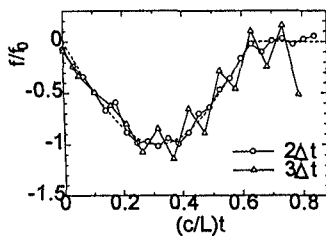
観測値にノイズが含まれない場合では、観測値の時間間隔が $2, 4, 5\Delta t$ においてカルマンフィルタの推定初期共分散値と観測誤差の分散値がそれぞれ $P=500, R=1.0 \times 10^{-6}$, $3\Delta t$ では $P=1000, R=1.0 \times 10^{-6}$ の場合に衝撃力の推定値は真値に収束している。しかし、推定初期共分散値 P が小さい場合では、荷重の初期推定値を0としているため、初期推定値の影響を受け、推定値は真値に収束しない結果が得られた。加えて、推定初期共分散値 P が大きい場合では、推定値は振動する結果を示した。次に、観測値にノイズが含まれる場合は、Fig. 3に示すように時間間隔が小さい方が一般的にノイズの影響を受けにくい傾向を示しており、観測ノイズの分散 1.0×10^{-20} において観測値の時間間隔が $2\Delta t$ の場合に衝撃力の推定値は真値に近い値を示している。

(2)ひずみ

観測値にノイズが含まれない場合は、すべての時間間隔 $2 \sim 5\Delta t$ において推定初期共分散値と観測誤差の分散値がそれぞれ $P=10, R=1.0 \times 10^{-6}$ で衝撃力の推定値は真値に収束している。この解析においても変位と同様に初期共分散値 P の大きさに推定値は影響を受ける傾向を示している。次に、観測値にノイズが含まれる場合では、Fig. 4に示すように観測ノイズの分散 1.0×10^{-18} においてすべての時間間隔 $2 \sim 5\Delta t$ で衝撃力の推定が可能となる。

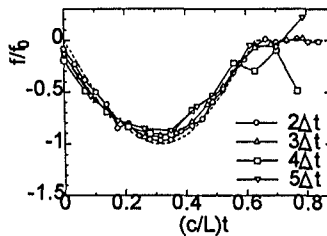
(3)加速度

観測値にノイズの有無に関わらず、時間間隔が大きくなるにつれて衝撃力の推定値が小さくなる傾向を示した。そこで、繰り返し計算を行い推定値に改善を試みたが、観測値の時間間隔が大きく（ $4\Delta t$ 以上）になると推定値の精度は真値の半分以下になった。しかし、Fig. 5に示すように観測ノイズの分散 1.0×10^{-2} において時間間隔 $2\Delta t$ で衝撃力の推定が可能となる。



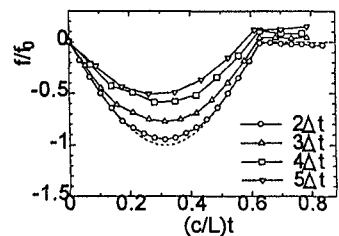
観測データのノイズの分散 1.0×10^{-20}

Fig. 3 変位による推定結果



1.0×10^{-18}

Fig. 4 ひずみによる推定結果



1.0×10^{-2}

Fig. 5 加速度による推定結果

5. 結 論

本研究では、拡張カルマンフィルタによる観測値から衝撃力の推定法を示し、数値解析により適用性の基礎検討を行った結果を以下に示す。

(1)観測値にノイズが含まれない場合において、変位・ひずみを用いるとすべての観測時間間隔 $2 \sim 5\Delta t$ で衝撃力の推定が可能となるが、加速度のときは時間間隔が大きくなるにつれて衝撃力の推定値は小さくなる傾向を示す。

(2)観測値にノイズが含まれる場合において、観測ノイズが小さいときはひずみを用いると安定した推定値が得られるが、観測ノイズが大きいたちは加速度を用いると安定した推定値が得られる。

(3)カルマンフィルタにおける推定初期共分散値 P と観測ノイズの大きさは推定精度に影響を与える。

今後は実験データや実際の観測値に基づく解析を行う予定である。

参考 文献

- 1)土木学会構造工学委員会衝撃問題小委員会:構造物の衝撃挙動と設計法, 1994.
- 2)須藤敦史・星谷 勝:拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案, 土木学会論文集, No. 437/I-17, pp. 699-702, 1991.
- 3)桑邊和幸・三上 隆・佐伯 昇:FEMによるTimoshenko梁の衝撃応答解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第51号(A), pp. 56-59, 1994.
- 4)桑邊和幸・三上 隆・須藤敦史・佐伯 昇:拡張カルマンフィルタによる梁に作用する衝撃荷重の同定, 第3回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム, 1996.
- 5)須藤敦史・星谷 勝・柳河 勇:絶対応答を用いた地震動入力とシステムパラメータ同定, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 709-716, 1995.