

I-B 16

瞬時最適化制御則とカルマンフィルタによる道路橋交通振動の制御

長崎大学大学院 学生員○尾口慎也

長崎大学工学部 正 員 岡林隆敏

オリエンタル建設（株）正 員 吉村 徹

1. はじめに

近年、高速道路周辺で交通荷重による環境振動が深刻な問題となっている。そのため道路橋に発生する振動制御⁽¹⁾が必要になる場合が考えられる。通常の土木構造物と異なり、走行車両による橋梁の振動制御の問題では、車両の走行により見かけ上、橋梁の振動特性は変化する時変係数系の制御の問題となっている。そこで、本研究では、道路橋の振動制御に時変系の制御則である瞬時最適化理論を適用し、その制御則の有効性について検討した。そこで、車両の状態量も含む橋梁-車両系の状態量を推定するために、カルマンフィルタ⁽²⁾⁽³⁾を適用した。実際の制御を想定して、これを差分表示した。橋梁の振動制御の方法として、橋梁に直接制御力を作用させるアクティブ振動制御と、橋梁に動吸振器を設置し、これを最適な制御力で駆動させるハイブリッド振動制御（ATMD）について考えた。

2. 橋梁-動吸振器-車両-路面系の方程式

図-1に示すような、動吸振器を設置したプレートガーター橋上を、バネ質点系でモデル化された単一車両が一定速度 v で走行する場合を考える。橋梁の振動モデルは、より現実に近いものにするために、有限帯板法によりモデル化した。

橋梁振動の n 次振動までを（1）式で表し、状態変数ベクトルを（2）式のように定義すると、橋梁-動吸振器-車両-路面系の運動方程式は、次のように状態空間表示できる。

$$\mathbf{q}(t) = [\mathbf{q}_1(t)^T \cdots \mathbf{q}_n(t)^T]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}(t)^T \dot{\mathbf{q}}(t)^T d(t) \dot{d}(t) z(t) \dot{z}(t)]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{r}(t) = [r(t) \dot{r}(t)]^T \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{r}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (4)$$

3. 瞬時最適化制御理論

J.N.Yang⁽⁴⁾らにより提案された瞬時最適化制御理論に時変系の特性を強く影響させるために、次のような $t_k \leq t \leq t_{k+2}$ 区間における $\mathbf{x}_{k-1}$ から $\mathbf{x}_{k+2}$ で構成される評価関数を考える。

$$\begin{aligned} L(k+2, k+1, k) = & \mathbf{x}_{k+2}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_{k+2} + \mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{x}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_k \\ & + u_{k+2}^T \mathbf{R} u_{k+2} + u_{k+1}^T \mathbf{R} u_{k+1} + u_k^T \mathbf{R} u_k \\ & + \lambda_{k+2}^T (\mathbf{x}_{k+2} - \mathbf{A}_{k+2}^1 \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{B}_{k+2}^1 u_{k+2} - \mathbf{B}_{k+2}^2 u_{k+1} \\ & \quad - \mathbf{D}_{k+2}^1 \mathbf{r}_{k+2} - \mathbf{D}_{k+2}^2 \mathbf{r}_{k+1}) \\ & + \lambda_{k+1}^T (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1}^1 \mathbf{x}_k - \mathbf{B}_{k+1}^1 u_{k+1} - \mathbf{B}_{k+1}^2 u_k \\ & \quad - \mathbf{D}_{k+1}^1 \mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{D}_{k+1}^2 \mathbf{r}_k) \\ & + \lambda_k^T (\mathbf{x}_k - \mathbf{A}_k^1 \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{B}_k^1 u_k - \mathbf{B}_k^2 u_{k-1} \\ & \quad - \mathbf{D}_k^1 \mathbf{r}_k - \mathbf{D}_k^2 \mathbf{r}_{k-1}) \end{aligned} \quad (5)$$

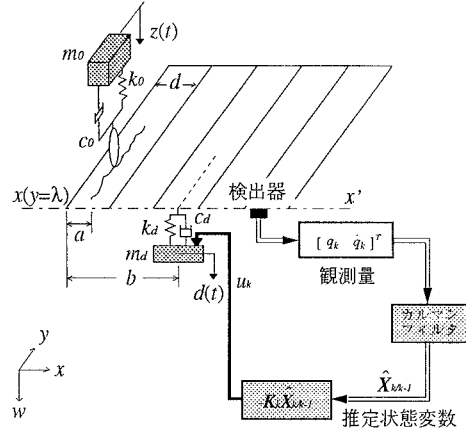


図-1 瞬時最適化制御則

状態空間表示した運動方程式を、 $\Delta t = h$ の時間刻みで差分表示する。このとき、 $\mathbf{x}(t = t_k) = \mathbf{x}_k$ の値は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k = & \mathbf{S}_{k1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{S}_{k2} (\mathbf{B}_{k-1} u_{k-1} + \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{r}_{k-1}) \\ & + \mathbf{S}_{k3} (\mathbf{B}_k u_k + \mathbf{D}_k \mathbf{r}_k) \end{aligned} \quad (6)$$

ラグランジェの未定乗数法を用いて、制約条件

（6）式を導入する。評価関数を u_{k+2} 、 u_{k+1} 、 u_k で偏微分することにより次のオイラーの方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial u_{k+2}} = 2\mathbf{R} u_{k+2} - \mathbf{B}_{k+2}^1 \lambda_{k+2} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u_{k+1}} = 2\mathbf{R} u_{k+1} - \mathbf{B}_{k+2}^2 \lambda_{k+2} - \mathbf{B}_{k+1}^1 \lambda_{k+1} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u_k} = 2\mathbf{R} u_k - \mathbf{B}_{k+1}^2 \lambda_{k+1} - \mathbf{B}_k^1 \lambda_k = 0 \end{cases} \quad (7)$$

上式より次の制御則が得られる。

$$\begin{cases} u_k = -\mathbf{K}_k \mathbf{x}_k \\ \mathbf{K}_k = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_k \mathbf{B}_{k+2}^2)^{-1} (\mathbf{H}_k \mathbf{A}_{k+1}^1 + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_k^1 \mathbf{Q}) \end{cases} \quad (8)$$

4. カルマンフィルタの差分化

走行車両による橋梁の振動制御に前述した瞬時最適化制御理論を実現させる場合、(2)式の状態変数ベクトルに含まれる車両の状態量を時変系に差分化したカルマンフィルタを用いることによって推定する必要がある。(4)式をカルマンフィルタを用いて定式化するために、 $t=t_k$ 時における路面凹凸： r_k を組み込んだ状態変数ベクトルを改めて(9)式

5. 数値解析と考察

1) 動吸振器を付加しない場合の制御効果

図-2に、定常最適レギュレータ理論、非常最適レギュレータ理論および瞬時最適化理論による制御を適用した場合の応答を示した。非制御の場合を点線、アクティブ制御の場合が実線である。図-3は対応する制御則による制御力である。数値シミュレーションの結果、3つの制御則とも応答のレベルは低下しており、制御が有効であることが分かる。

2) ATMD制御を適用した場合の制御効果

図-4に定常最適レギュレータ理論、非常最適レギュレータ理論および瞬時最適化理論をハイブリッド制御に適用した場合の応答を示した。非制御の場合を点線、動吸振器のみのパッシブ制御の場合を破線、ハイブリッド制御の場合が実線である。図-5にはそれぞれの制御則に対応する制御力を示した。数値シミュレーションの結果、瞬時最適化理論を適用した場合が、最適レギュレータ理論よりも良い制御効果が認められた。

直接アクティブ制御を行った場合とハイブリッド制御を行った場合の制御効果を比較すると、図-2と図-4よりハイブリッド制御の方が振動制御に有効であることが認められた。

5. まとめ

交通振動による橋梁の振動制御において、非定常性である瞬時最適化制御理論による振動制御は有効であることが確認できた。さらに状態推定において、差分化したカルマンフィルタが有効であることが確認できた。

[参考文献]

- (1) 梶川・沖野，他：動吸振器による高架橋の振動軽減対策，構造工学論文集，No.365/I-3，pp.435-444，1985.4.
- (2) 白石昌武：入門現代制御理論，啓学出版，1987.11.
- (3) 有本卓：カルマン・フィルター，産業図書，1977.1.
- (4) J. N. Yang, A. Akbarpour and P. Ghaemmagham: New Optimal Control Algorithms for Structural Control, ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sept, 1987.

で定義すると、差分化したカルマンフィルタの方程式は、(10)式のように表される。

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \begin{bmatrix} p_k^T & \dot{p}_k^T & d_k & \dot{d}_k & z_k & \dot{z}_k & r_k \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} = \mathbf{A}_{k/k-1}^* \hat{\mathbf{X}}_{k/k} + \mathbf{B}_{k/k-1}^* u_k \\ \hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{G}(k) [y(k) - \mathbf{C}^* \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \end{cases} \quad (10)$$

制御力は推定状態変数 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ とフィードバックゲイン $\mathbf{K}_k$ を用いて、次式で与えられる。

$$u_k = -\mathbf{K}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \quad (11)$$

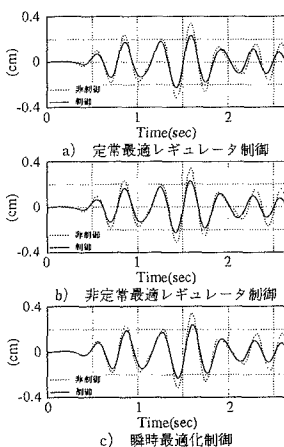


図-2 各種制御則による橋梁変位応答

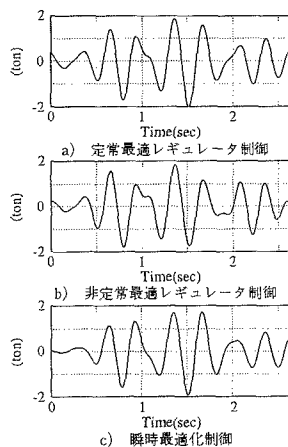


図-3 各種制御則による制御力

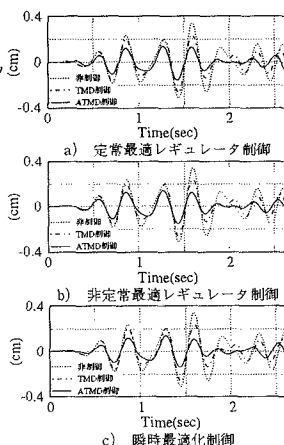


図-4 各種制御則による橋梁変位応答(ATMD)

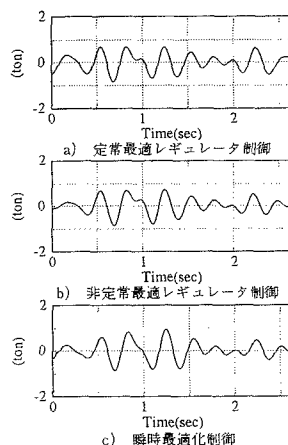


図-5 各種制御則による制御力(ATMD)