

I-B 15

道路橋交通振動の確率的最適制御理論によるアクティブ制御

オリエンタル建設(株) 正員○吉村 徹 長崎大学工学部 正員 岡林隆敏
長崎大学大学院 学生員 尾口慎也

1. はじめに

交通荷重による道路橋の振動制御において、状態フィードバック制御⁽¹⁾を実現するためには、橋梁に設置した検出器（加速度計）の信号から、直接測定できない車両の状態量を推定する必要がある。ある構造物の状態量が測定できない場合、システムに混在する雑音の性質を確率的に取り扱って、観測値から状態量を推定する機構がカルマンフィルタである。本論文では、カルマンフィルタ⁽²⁾⁽³⁾によるフィードバック制御系の設計を行うために、最適制御則にレギュレータ理論を適用し、橋梁—車両系の全状態フィードバック制御を実現した。本研究では、橋梁の振動制御の方法として、橋梁に設置した動吸振器にアクティブな制御力を加えるハイブリッド型振動制御を考えた。

2. 橋梁—動吸振器—車両—路面系の方程式

図-1に示すような、動吸振器を設置したプレートガーター橋上を、バネ質点系でモデル化された単一車両が一定速度 v で走行する場合を考える。橋梁の振動モデルは、より現実に近いものにするために、有限帯板法によりモデル化した。橋梁の動的たわみは(1)式で与えられ、橋梁の基準座標、動吸振器および車両の運動方程式は、(2),(3),(4)式で表される。

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^n S_k(x, y) Z_k p_k(t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{p}_k(t) + H_k \dot{p}_k(t) + \Omega_k p_k(t) \\ = -m_d L_k^{-1} Z_k^T S_k(b, \lambda)^T \dot{d}(t) - m_0 L_k^{-1} Z_k^T S_k(a, vt)^T \ddot{z}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{d}(t) + 2h_d \omega_d \{ \dot{d}(t) - \dot{w}(b, \lambda, t) \} \\ + \omega_d^2 \{ d(t) - w(b, \lambda, t) \} = u(t)/m_d \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 \{ \dot{z}(t) - \dot{w}(a, vt, t) - \dot{r}(t) \} \\ + \omega_0^2 \{ z(t) - w(a, vt, t) - r(t) \} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $p_k(t)$ ： k 次の基準座標、 $S_k(x, y)$ ：帯板の横方向の変位関数、 Z_k ： k 次の着目点のモードマトリックス、 H_k, Ω_k, L_k ： k 次の換算減衰係数、固有振動数、換算質量のそれぞれのマトリックス、 $z(t)$ 、 m_0, h_0, ω_0 ：車両の変位、質量、減衰定数、固有円振動数、 $d(t), m_d, h_d, \omega_d$ ：動吸振器の変位、質量、減衰定数、固有円振動数、 $r(t)$ ：路面凹凸、 $u(t)$ ：制御力であり、 a ：車両の走行位置、 b, λ ：動吸振器の設置位置を表す。

橋梁の振動の r 次振動までを(5)式で表し、状態変数ベクトルを(6)式のように定義すると、橋梁—動吸振器—車両—路面系の方程式は、次のように状態空間表示できる。

$$p(t) = [p_1(t)^T \cdots p_r(t)^T]^T \quad (5)$$

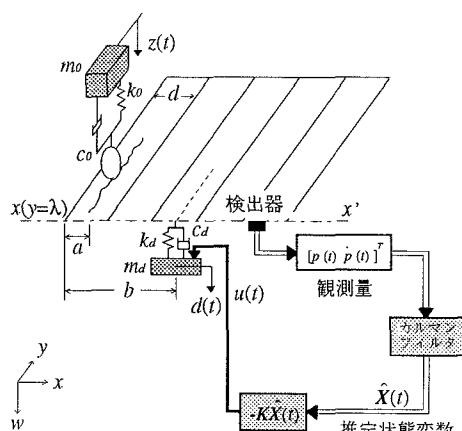


図-1 カルマンフィルタによる確率的制御

$$x(t) = [p(t)^T \dot{p}(t)^T d(t) \dot{d}(t) z(t) \dot{z}(t)]^T \quad (6)$$

$$\dot{x}(t) = A_1(t)x(t) + B_1 u(t) + D_1(t)r(t) \quad (7)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad y(t) = C_1 x(t) \quad (8)$$

3. 確率的最適制御理論

橋梁—車両系の全状態フィードバック制御を行う場合、車両の状態変数を推定するために、フィードバック制御系はカルマンフィルタを組み込んだ形で構成できる。(7)式をカルマンフィルタを用いて定式化するために、路面凹凸を、強度 σ^2 を有する白色雑音 $n(t)$ を入力とする路面系でモデル化する必要がある。

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = n(t) \quad (9)$$

ここで、 $\sigma^2 = 4\pi^2 vA, \beta = 2\pi va, A = 0.001(\text{cm}^2/\text{m})$ 、 $a = 0.05$ である。 $r(t)$ を組み込んだ状態変数ベクトル

を、改めて(10)式で定義すると、橋梁—動吸振器—車両—路面系の方程式は、(11)式のような確率微分方程式で表される。

$$X(t) = [p(t)^T \dot{p}(t)^T d(t)^T \dot{d}(t)^T z(t)^T \dot{z}(t)^T r(t)^T]^T \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t)X(t) + Bu(t) + D(t)n(t), & X(t_0) = X_0 \\ Y(t) = CX(t) + w(t) \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 $Y(t)$ は観測量である。 $w(t)$ は観測雑音を想定した白色雑音ベクトルで、その強度を Σ とする。

(11)式に対するカルマンフィルタは、ゲインマト

4. 数値解析と考察

シミュレーションでは、車両は速度 $v=10(m/sec)$ で橋梁の幅員中央を走行し、着目点は車両走行上の支間中点である。観測雑音の割合は、最大応答に対して、標準偏差で5%とした。この場合、雑音の強度は $\Sigma=0.44 \times 10^{-4}$ である。本論文では初期条件を考慮してシミュレーションを行っており、車両が橋梁の60(m)手前から進入し、車両の橋梁直前の値を初期条件とした。シミュレーションでは、橋梁の3次振動までを考慮し、動吸振器と車両は、それぞれ1自由度のバネ質点系である。動吸振器は1個であり、その質量比は、1/50に設定した。

本論文では、制御系が時不変系として考えた場合の定常レギュレータと定常カルマンフィルタで構成される場合で、橋梁—動吸振器—車両系の状態フィードバック制御のシミュレーションを行った。制御を行った場合の橋梁の各次振動の時刻歴応答を図-2に、着目点の橋梁の変位および速度の

応答値を図-3に、車両の変位および速度の応答値を図-4に示した。それぞれの図において、点線は橋梁の支間中点における非制御の応答波形であり、実線は制御を行った場合の応答波形である。橋梁の各次振動では、応答のレベルは大きく低減しており、その結果、着目点における応答についても、良好な制御が実現している。車両系の制御では、非制御の応答波形に比べて、応答のレベルはいくらか低減しているが、特に変化は見られない。

5. まとめ

カルマンフィルタによる橋梁—動吸振器—車両系の状態フィードバック制御において、本論文で定式化した制御系では、橋梁の振動制御は有効であることが確認できた。

[参考文献] (1) 樫木義一、添田喬、中溝高好：確率システム制御の基礎、日新出版、1975.5. (2) 有本卓：カルマン・フィルター、産業図書、1977.1. (3) 白石昌武：入門現代制御理論、啓学出版、1987.11.

リックス $G_k(t)$ を用いて、次式で与えられる。

$$\dot{\hat{X}}(t) = A(t)\hat{X}(t) + Bu(t) + G_k(t)[y(t) - C\hat{X}(t)] \quad (12)$$

本研究では、橋梁—車両系の全状態フィードバックにおいて、制御則にレギュレータ理論を適用しており、制御力は推定状態変数 $\hat{X}(t)$ と最適フィードバックゲイン K を用いて、次式で与えられる。

$$u(t) = -K\hat{X}(t) \quad (13)$$

(7),(12),(13)式を整理すると、次式ようになる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_1(t)\hat{x}(t) - B_1 K \hat{X}(t) + D_1(t)r(t) \\ \dot{\hat{X}}(t) = \{A(t) - BK - G_k(t)C\}\hat{X}(t) + G_k(t)C_1 \hat{x}(t) \end{cases} \quad (14)$$

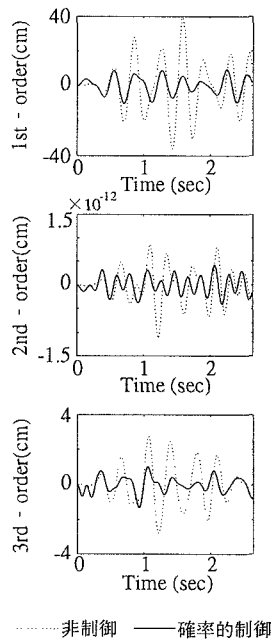


図-2 橋梁の各次振動

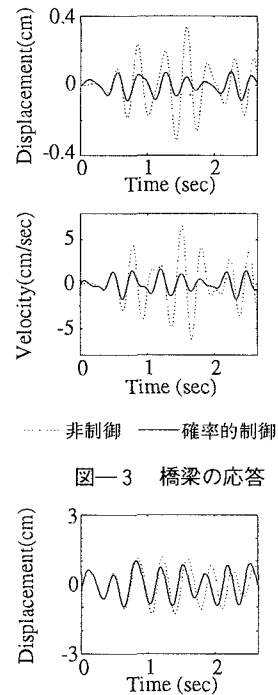


図-3 橋梁の応答

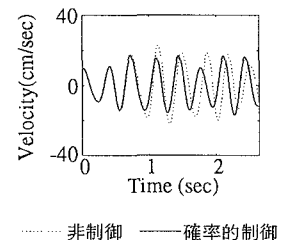


図-4 車両の応答