

I-B 11 道路橋交通振動のスライディングモード理論によるアクティブ制御

長崎大学大学院 学生員 ○加賀 敏明

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

1. はじめに

制御工学の分野において、現在、注目される制御理論に、スライディングモード理論⁽¹⁾がある。これは、位相平面に切換線を指定し、制御力を不連続に切り換え、応答をこの線上にスライドさせる可変構造制御とよばれるものである。このため、優れたロバスト性を有し、時変系振動に有効となることが報告されている⁽²⁾。本研究では、時変系となる、車両が走行した場合の橋梁振動のアクティブ制御および、ハイブリッド制御にスライディングモード理論を適用した。ここでは、その有効性を検討したので報告する。

2. 橋梁 - 車両系のハイブリッド制御とアクティブ制御

橋梁 - 車両系のハイブリッド制御は、図 - 1 のモデルで考える。路面凹凸を含む橋梁上を1自由度でモデル化された車両が走行するときの橋梁、動吸振器および車両の方程式は、

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^n \phi_k(x) q_k(t) \quad (1)$$

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = -\mu_{kz} \phi_k(vt) \ddot{z}(t) - \mu_{kd} \phi_k(a) \ddot{d}(t) \quad (2)$$

$$\ddot{d}(t) + 2h_d \omega_d \{\dot{d}(t) - \dot{y}(a, t)\} + \omega_d^2 \{d(t) - y(a, t)\} = u(t)/m_d \quad (3)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 \{\dot{z}(t) - \dot{y}(vt, t) - \dot{r}(t)\} + \omega_0^2 \{z(t) - y(vt, t) - r(t)\} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $y(x, t)$: x 点の橋梁の変位応答、 $\phi_k(x)$: k 次の振動モード、 $q_k(t)$: k 次の基準座標、 $d(t)$: 動吸振器の変位、 $z(t)$: 車両の垂直変位、 $\omega_k, \omega_d, \omega_0, h_k, h_d, h_0$: それぞれ、橋梁、動吸振器および車両の固有振動数と減衰定数、 μ_{kd}, μ_{kz} : 橋梁の k 次の有効質量 m_k に対する動吸振器の質量 m_d および車両の質量 m_0 との質量比、 $r(t)$: 路面凹凸、 v : 車両の速度、 $u(t)$: 制御入力である。動吸振器のパラメータ設計は $H_{\max}$ 法⁽²⁾を用いた。橋梁を3次振動まで考慮し、以下のような状態量を導入すると、

$$\mathbf{q}(t) = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T, \quad \mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}(t)^T \ \dot{\mathbf{q}}(t)^T \ d(t) \ \dot{d}(t) \ z(t) \ \dot{z}(t)]^T \quad (5)$$

(2)(3)(4)式は、次の状態方程式で記述することができる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{r}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \quad (6)$$

また、アクティブ制御は、図 - 1 のモデルで動吸振器をはずした場合で考える。

3. スライディングモード理論

スライディングモード理論を適用する。制御力の切り替えを行うさいの切換関数 σ は、 $\sigma = \mathbf{S}\mathbf{x}$ である。この式のベクトル $\mathbf{S}$ は、定常リカッチ方程式の解 $\mathbf{P}$ より次式のように求まる。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0, \quad \mathbf{S} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (7)$$

次に、スライディングモードの実現条件は、リアプノフ関数を V 、フィードバックゲインを $\mathbf{K}$ とすると、

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2, \quad \dot{V} = \sigma \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{x} - \sigma \mathbf{S} \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{x} < 0 \quad (8)$$

となる。これより、フィードバックゲイン $\mathbf{K}$ の各要素は、

$$k_j = \begin{cases} k_j^+ > (\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{S}\mathbf{A})_j & \sigma \mathbf{x}_j > 0 \\ k_j^- < (\mathbf{S}\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{S}\mathbf{A})_j & \sigma \mathbf{x}_j < 0 \end{cases} \quad (j=1, \dots, 10) \quad (9)$$

となる。ここで、 $(\mathbf{S}\mathbf{A})_j$ は、 $(\mathbf{S}\mathbf{A})$ の j 列の成分である。一般のスライディングモード理論では、制御力にチャタリングとよばれる高周波振動がみられる。アクチュエータの性能上このような制御力を発生させることは、事実上、不可能である。そこで、制御力の切り換えを連続化するため(9)式を以下のように書き換える。

$$k_j = \begin{cases} k_j^+ & \sigma \mathbf{x}_j > \varepsilon \\ k_j^- & \sigma \mathbf{x}_j < -\varepsilon \\ (k_j^+ - k_j^-) \sigma \mathbf{x}_j / 2\varepsilon + (k_j^+ + k_j^-) / 2 & -\varepsilon < \sigma \mathbf{x}_j < \varepsilon \end{cases} \quad (10)$$

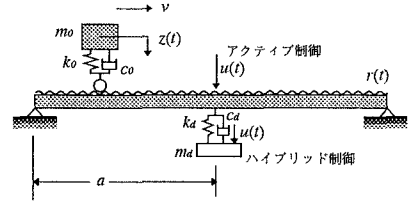
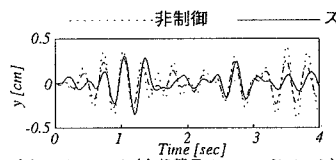


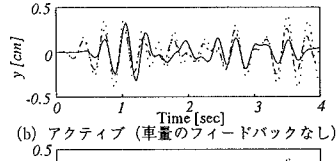
図-1 橋梁-車両-路面系の各制御則

4. 数値シミュレーションと考察

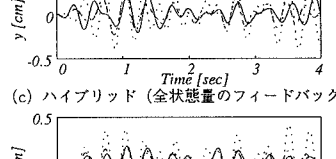
スライディングモード理論とレギュレータ理論の比較をするため、これらをアクティブ制御およびハイブリッド制御に適用し数値シミュレーションを行った。橋梁は支間 $40[m]$ 、重量 $100[tonf]$ 、車両は重量 $20[tonf]$ 、速度 $10[m/sec]$ 、動吸振器の重量は、橋梁の $1/50$ の $2[tonf]$ である。図-2は、アクティブ制御とハイブリッド制御につきそれぞれ、全状態量をフィードバックした場合と車両をフィードバックしない場合の橋梁中点の応答の比較であり、点線が非制御、実線がスライディングモード理論、破線がレギュレータ理論である。応答をみると、すべての場合において、全体的にスライディングモード理論のほうがレギュレータ理論より制御効果が優れている。スライディングモード理論に限定した場合、(a)(b)のアクティブ制御より、(c)(d)のハイブリッド制御がよい結果が確認できる。また、持続的な外力が働くため全時間帯ではないが、特に、(b)(d)の $0 \sim 0.6[sec]$ 、(b)(c)の $3.0 \sim 3.3[sec]$ 、(b)の $3.7 \sim 4.0[sec]$ 付近においては、スライディングモード理論の特徴である直線的な制御が実現されている。図-3は、図-2に対応する制御力であり、実線がスライディングモード理論、破線がレギュレータ理論で、全てその最大値が $1[tonf]$ になるように設定している。スライディングモード理論でのリカッチ方程式の重み係数 R, Q は、それぞれの場合につき対応するレギュレータ理論と同じものを使い、さらに、制御力に制限を加えている。(10)式のフィードバックゲインを用い、制御力を連続的に切り換えたため、スライディングモード理論特有のチャタリング現象が防止できている。図-4は、図-2および図-3に対応するスライディングモード理論の切関数 σ の波形であり、これが縦軸のゼロ点付近にある時に、スライディングモードが実現できることとなる。これは、図-2について述べた直線的な制御が行われている時刻とほぼ一致している。



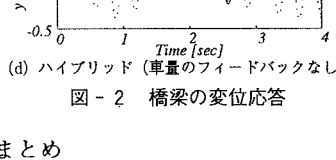
(a) アクティブ (全状態量のフィードバック)



(b) アクティブ (車量のフィードバックなし)

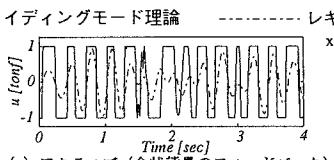


(c) ハイブリッド (全状態量のフィードバック)

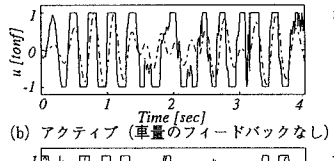


(d) ハイブリッド (車量のフィードバックなし)

図-2 橋梁の変位応答



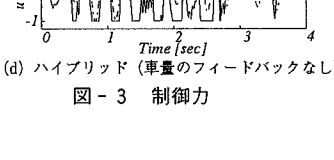
(a) アクティブ (全状態量のフィードバック)



(b) アクティブ (車量のフィードバックなし)

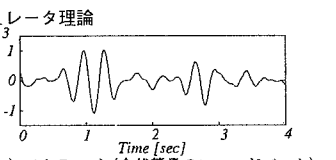


(c) ハイブリッド (全状態量のフィードバック)

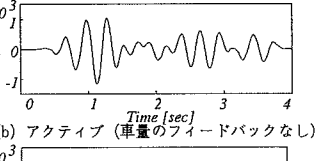


(d) ハイブリッド (車量のフィードバックなし)

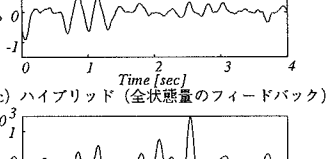
図-3 制御力



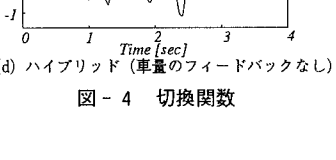
(a) アクティブ (全状態量のフィードバック)



(b) アクティブ (車量のフィードバックなし)



(c) ハイブリッド (全状態量のフィードバック)



(d) ハイブリッド (車量のフィードバックなし)

図-4 切関数

5. まとめ

数値シミュレーションの結果、道路橋振動に対するスライディングモード理論の有効性が確認できた。今後は、スライディングモード理論を応用したVSSオブザーバを導入することにより橋梁の変位のみから全状態量、特に実際計測することは不可能でもある車両の状態量を推定し、制御を行いたいと考える。

【参考文献】(1)野波建蔵, 田宏奇:スライディングモード制御, コロナ社。(2)山口宏樹, 増田高志, 伊藤亜木:橋桁・車両連成振動系の動特性とそのロバスト制御に関する基礎研究, 日本機械学会, 第4回シンポジウム運動と振動の制御, No95-28, pp271-274, 1995.7.