

I-A 469

地震時損傷確率の統計的評価手法に関する一提案

(株) 篠塚研究所 正会員 中村孝明

(株) 篠塚研究所 正会員 水谷 守

1. はじめに

信頼性設計や地震リスクマネジメント¹⁾など信頼性理論をベースとした様々な評価手法では、構造物の損傷確率を精度よく推定することが必要となる。信頼性解析は応答や耐力をばらつきを持つ確率変数として扱うのが特長で、損傷確率は双方の確率分布から一義的に決定される。従って、確率分布のパラメータが妥当な値として与えられることが重要となる。これらパラメータは、損傷モードを定義した上で、実験や解析或いは工学的知見に基づいて設定されるのが通常である。しかしながら、地震被害の経験を重ねつつある今日、これら被害記録を有効に活用し評価精度の向上に反映させることが急務と考える。本報では、構造物の応答及び耐力の確率分布のパラメータを被害記録から統計的に推定する一案について提示する。

2. 損傷確率の評価

構造物は地震動の大きさに依存した固有の応答をする。その評価は不確定性を伴うことから、応答は確率変数 $R(r_m, \delta_r)$ で定義する。ここに $(,)$ は (中央値, 変動係数) とする。一方耐力は物性や材料等のばらつきから同様に確率変数として扱い、これを $C(c_m, \delta_c)$ とする。損傷は応答 R が耐力 C を超えた場合に発生すると考え、信頼性理論に基づくことで損傷確率は次式のように定義される。

$$P_f = P(C < R) = P(X < 1.0) \quad (1)$$

ここに、 X は C/R である。 R は地表面の加速度応答スペクトルに依存した応答加速度とし、 C も応答加速度で記述される耐力とする。双方が互いに独立で対数正規分布で近似できると仮定すると X も同様に対数正規分布となる。ここで $\ln z = \ln x + \ln r_m$ による変数変換を行い、 $0 \sim r_m$ までの積分を実行すると応答加速度 r_m による条件付き損傷確率が次式のように求められる。

$$F_Z(r) = \int_0^{r_m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln z - \ln c_m}{\zeta}\right)^2\right] dz \quad (2)$$

ここに、 ζ は対数標準偏差を表し以下の様に表わされる。

$$\zeta = \sqrt{\ln\left\{\left(1 + \delta_c^2\right)\left(1 + \delta_r^2\right)\right\}} \quad (3)$$

横軸に応答加速度、縦軸に損傷確率を取ると様々な応答加速度に応じた損傷確率を求める Fragility Curve (F.C.) が得られる。応答と耐力の確率分布パラメータは計4つであるが、F.C. を得るには応答加速度の中央値以外は既知として与えなければらばい。本報では、応答と耐力の変動係数から得られる ζ 、ならびに耐力の中央値 c_m を震害事例から統計的に推定することを目指す。

3. 統計手法

確率分布のパラメータ推定が統計的推定手法の実態となっている。ここでは、パラメータの点推定手法の一つである最尤法を使う。これは観測されたサンプルの実現する確からしさ即ち尤度が最大となるパラメータを求めるものである。以下構造物の地震倒壊を例に最尤法を使った具体的な評価方法について解説する。統計的母集団から無作為に抽出された構造物が n 個あり、それぞれ倒壊したか否かの2価情報と応答加速度の推定値が得られているとする。このときの尤度関数は次の様に表現できる。

$$L(r_{mi}; c_m, \zeta) = \prod_{i=1}^n F_Z(r_{mi}; c_m, \zeta)^{q_i} \cdot \left(1 - F_Z(r_{mi}; c_m, \zeta)\right)^{1-q_i} \quad (4)$$

ここに q_i は、倒壊していた場合は1そうでない場合は0を取る2価関数である。尤度関数をパラメータ c_m, ζ で微分し、これを0と置くことで尤度を最大とする c_m, ζ を求めることができる。しかし、(4)式には陽に

解くことのできない積分が含まれている。そこで古典的な代入法を使い解を求める。実際には ξ を仮定し c_m を求め、その c_m を既知とし ξ を求める。この過程を双方が収束するまで繰り返す。この方法の特徴は、異なる加速度を受ける構造物の倒壊に関する情報を統一的に扱い、F.C.を直接推定できることにある。しかし、情報がある加速度に集中しているような稠密な場合、2つのパラメータを同時に収束することが困難である。その場合どちらか一方を既知として与え他方を推定する。本報では、損傷に關与する様々な事象や解析誤差等の不確定性を全て ξ に取り込んだ形で定式化を行っている。しかし、既知として与えられるばらつきが自明で且つ未知パラメータとの分離が容易な場合、(4)式の未知量を適宜置き換えることで様々な未知パラメータの推定に適用できる。これは評価式の汎用性を意味するものである。

4. 適用性の検討

構造形式から、統計的母集団に属すると見なせる構造物の地震倒壊を例に適用性の検討を行う。計312のサンプルがあり、応答加速度のレンジにより表-1のように5つに分類整理されたとする。表は、例えば加速度レンジ200 Gal~300 Galの範囲に入るサンプルが78個あり、その内2個が倒壊したと読む。表中平均加速度は加速度レンジにあるサンプルの応答加速度の平均である。これら倒壊情報を(4)式に適用し、解を収束させると耐力の中央値 $c_m = 528.0 \text{ Gal}$ ならびに対数標準偏差 $\xi = 0.55$ を得る。ここで、加速度レンジによる5つの分類は計算の簡略化を目指したもので、本来であれば312のサンプル個々に(4)式に適用することが望ましい。評価結果のF.C.を図-1に示す。同図に各加速度レンジの倒壊確率（倒壊数/サンプル数）を棒グラフで比較する。F.C.と棒グラフとの一致は良好で、倒壊情報がF.C.に的確に反映されていることが分る。

5. 更新について

応答や耐力の確率分布は、実験や解析或いは工学的知見によりある程度予想できる。本来であれば、これら知見に追加情報（震害事例）を取り込み分布の改更を行うことが望ましい。また、今後経験するであろう震害事例を随時取り込むことも重要である。この場合ベイズ統計²⁾が効果的である。その際、提示した尤度とベイズ統計の尤度分布を同一に扱うことで、整合性の取れた分布の改更を進めることができる。

6. おわりに

応答や耐力の確率分布パラメータを震害記録から統計的に評価する一案を提示した。しかし、震害事例を統計的に扱う基本的な方法の提示に留まっており、構造形式から分別される統計的母集団や不確定性の扱い、更に様々な構造被害を損傷モードとして分類する方法など諸問題は残積している。最後に、これまで震害の経験はあるものの、統計情報としての整備が不十分なため、F.C.等損傷確率の評価精度の向上に活かされていないのが現状である。震害記録は共有の財産であるとの認識に立ち、一貫した方法に基づき整備されることが望まれる。

参考文献

- 1) 中村孝明・水谷守：地震リスクマネジメントにおけるイベントツリー解析，JACOSSAR 95，pp.75-80,1995.
- 2) 山口彰：原子力プラントの地震PSAに基づく耐震安全性格度の改善，第12回材料・構造信頼性シンポジウム，pp.158-163,1993.

表-1 倒壊に関する統計情報

サンプル数	倒壊数	平均加速度 (Gal)	加速度レンジ (Gal)
78	2	182	100~200
98	10	255	200~300
50	12	360	300~400
35	13	434	400~500
51	26	544	500~600

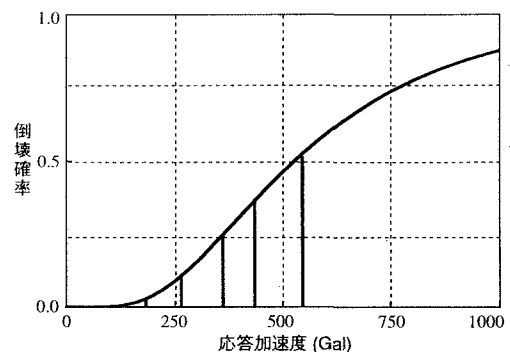


図-1 F.C. と確率の棒グラフの比較