土木学会第51回年次学術講演会（平成８年９月）

I－A 222　拡張Bleich理論及び直接積分法による暴風時質量付加型吊橋のフラッター解析

川田工業　正会員　中崎　俊三　　埼玉大学　正会員　山口　宏樹
埼玉大学　正会員　伊藤　學　　埼玉大学　学生員　謝　　旭

１．まえがき　超長大吊橋の耐風安定化策として，暴風時のみ一時的に水などの質量を橋軸方向に沿って主桁内の中心に付加する方法が提案されている[1]．本文はこの質量を橋軸方向に部分的に付加した場合の耐風安定性に及ぼす影響を検討したものである．

解析方法としては，対象とする吊橋が超長大であることに加え，質量付加を橋軸方向に沿って部分的とすることから，Selberg式あるいはBleich理論[2]といったたわみモードとねじりモードと同一とする理論は検討目的にそぐわない．このような問題には多重モードフラッター解析法[3]などにより対応できるが，データ入力の容易性から，著者らは，質量の最適付加方法の検討にはBleich理論に高次のたわみモードを考慮した拡張Bleich理論を適用することにした．そして，その結果の確認としてモード法と異なる解法の一つとして位置付けられる立体骨組モデルに非定常空気力を作用させる直接積分法を適用することにした．以下，これらの概要と検討結果を報告する．

２．拡張Bleich理論の概要　Bleichは吊橋の固有振動数及び振動モードをハンガーを膜にみなしたRitzの方法で求め，フラッター時の任意点のたわみ変位η，ねじり変位ϕを式(1)のように与えた．

$$\eta = q_1 \cdot \Phi_1 \quad , \quad \phi = q_2 \cdot \Phi_2 \qquad (1)$$

ここに，添字１はたわみ，２はねじりを表し，qは一般化座標，ΦはRitzの方法で求めたモードである．式(1)に基づき，運動エネルギーT，ポテンシャルエネルギーVを求め，Theodorsenの空気力を一般力で表してLagrangeの方程式により，２式から成るフラッター方程式を求めた．方程式の中で，$\int_L \Phi_1 \cdot \Phi_2 dx = D$の項が現れるが，Bleichは安全側にD＝１とした．

今回の拡張Bleich理論においては，質量を橋軸方向に部分的に付加するので，たわみ変位ηに対しては４次の対称モードまで考慮する[4]が，ねじり変位ϕに対しては，付加質量が桁中心にあり，ねじり振動への影響がないので式(1)と同じとした．

$$\eta = \sum_{i=1}^{4} q_i \cdot \Phi_i \quad , \quad \phi = q_5 \cdot \Phi_5 \qquad (2)$$

ここに，Φ_5は式(1)のΦ_2に等しい．この場合，５式から成るフラッター方程式が求まる．もちろん$\int_L \Phi_i \cdot \Phi_5 dx$　(ｉ=1～4) の項が現われるが，それらはそのまま考慮する．一般化座標を$q_i = u_i e^{i\omega t}$　(ωはフラッター時の円振動数）とおき，$k = b\omega/V$　(bは平板幅の1/2，Vは風速）を仮定し，複素固有値解析を行って，連成フラッター風速を求めた．なお，吊橋の振動数，振動モードはBleichと同じくRitzの方法を適用した．

３．直接積分法による連成フラッター解析の概要　直接積分法による連成フラッター解析法については，文献5)において，たわみ・ねじりの２自由度の場合について具体的に述べている．今回，著者らは多自由度の立体骨組まで拡張し，かつ，抗力に伴う準定常空気力を追加した．節点における運動方程式は式(3)で表せる．

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F\} \qquad (3)$$

ここに，$[M]$；質量マトリックス，$[C]$；減衰マトリックス（$= \alpha[M] + \beta[K]$と仮定），$[K] = [K_e] + [K_G]$；$[K_e]$は線形剛性マトリックス，$[K_G]$は初期張力による幾何剛性マトリックス，$\{F\}$；抗力による準定常空気力及びTheodorsenの非定常空気力，$\{y\}$；変位ベクトルである．

式(3)の$\{F\}$には虚数部を含むが，これより実数部にだけ取り出し左辺に移項すると式(4)が得られる．

$$([M]-[M^*])\{\ddot{y}\} + ([C]-[C^*])\{\dot{y}\} + ([K]-[K^*])\{y\} = \{0\} \qquad (4)$$

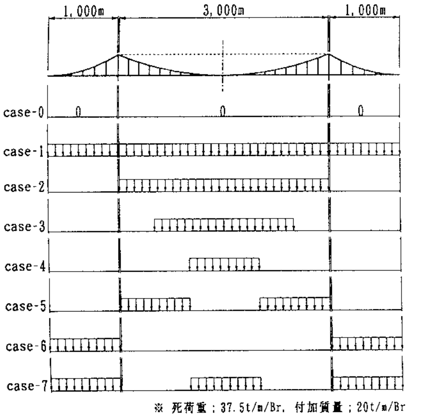
式(4)における＊は空気力に関する項である．計算は次のように行った．①風速(V)をある値に設定し，振動

数(ω)を仮定する．②Ｖとωにより換算振動数$(b\omega/V)$を求め，非定常空気力係数を求める．③初期変位を与えて応答振動数ω'を求める．④$\omega \fallingdotseq \omega'$になるまで①～③を繰り返す．直接積分法としては，逐次積分の安定性がよいWilsonのθ法を適用した．計算の結果，応答変位の減衰が零になる風速をフラッター風速とする．

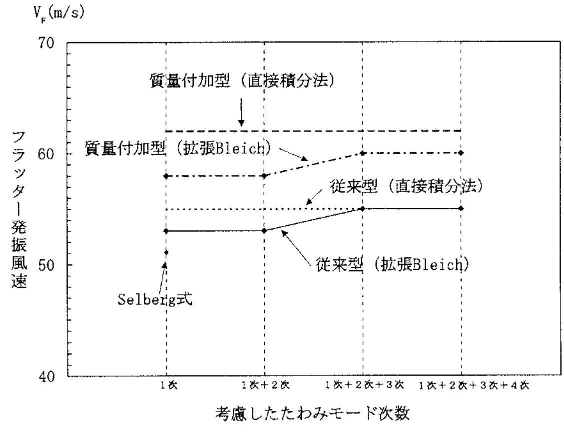
４．計算結果　まず，拡張Bleich理論と直接積分法の比較を行った．図－1は拡張Bleich理論におけるたわみモード次数と直接積分法との関係を示す．比較ケースは図－2 に示す従来案（case-0）と質量付加型（case-4）であるが，両ケース共，たわみモード次数を 3 次まで考慮すると直接積分法に一致してくる．それでも，case-4 で両者に差が認められるが，これは，case-4 の初期状態において中央径間が大きくたわんでおり，そのために主桁面外振動が生じ，質量効果が出たためと考えられる．

図－2 は，橋軸方向の質量付加方法を種々設定したものについて，拡張Bleich理論により解析したものである．これより，フラッター発生風速の上昇に効果的な質量の付加範囲は，中央径間中央付近と側径間であることがわかる．

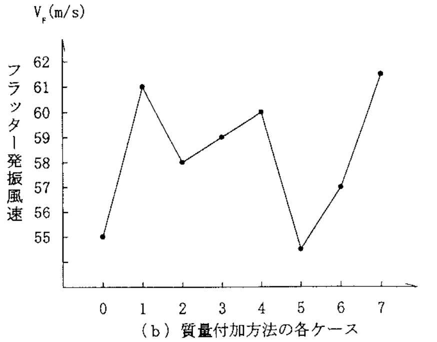
図－3 は，case-4 に対する直接積分法の解析結果の一例であって，まず，たわみとねじりの初期変位を与え，その後の挙動を示したものである．風速 60m/s では減衰し，62m/s では減衰が零になり，64m/s では発散していることがわかる．



(a)　質量付加方法

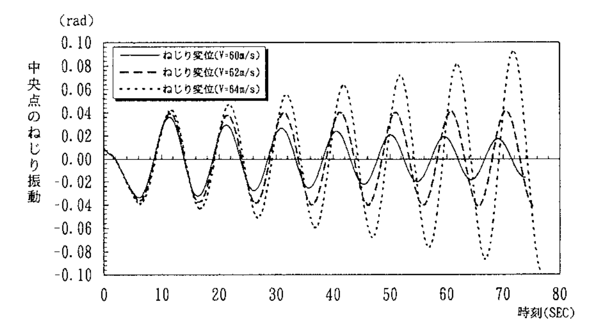


図－１　拡張Bleich理論のたわみモード次数とフラッター風速



（b）質量付加方法の各ケース

図－２　拡張Bleich理論による質量付加方法の検討



図－３　直接積分法による風速とねじり変位応答

【参考文献】　1)　中崎・江崎・野村；暴風時質量付加型吊橋の耐風性能について，土木学会第 49 回年次講演会（平成６年９月）．　2) Friedlich Bleich 他（猪瀬，高田共訳）；吊橋の振動解析，1971 年６月 20 日．　3)　例えば，田中・山村・白石；非相似なモード形状を有する橋梁に関する多重モードフラッター解析と２次元及び３次元風洞実験，土木学会論文集，No.471/I-24,1993.7.　4)　北川・鈴木・勝地；明石海峡大橋のフラッター特性に関する検討，本四技報，Vol.18,No.71,'94.7　5) A.J.Bell and D.M.Brotton, 'A numerical integration method for the determination of flutter speeds', Int.J.Mech.Sci.15,473-483(1973).