土木学会第51回年次学術講演会（平成8年9月）

I-A 170

同次補間を用いた陰的有限要素法による3次元円柱まわりの流れ解析

中央大学　学員　太田 真二　　中央大学　学員　丸岡 晃
中央大学　正員　平野 廣和　　中央大学　正員　川原 睦人

1. はじめに

数値解析で円柱まわりの流れを計算する際、2次元で解析すると、レイノルズ数が10^3～10^4の付近で、実験値と一致しないことが知られている。この理由として、3次元円柱軸方向にも流れが存在するからということが考えられる。これは3次元性と呼ばれるものであり、従来通りの2次元解析ではこの特性を捕らえることは不可能である。この一致を図るためには、実際現象に即している3次元で解析することが必要不可欠であり、且つ正しい解が得られるものと考えられる。

基礎方程式としては非圧縮 Navier-Stokes 方程式、数値解析手法としては有限要素法を用いている。非圧縮粘性流れを解析する際の移流項の取扱いに、時間に関するテイラー展開の2次の項を考慮するとしたBTD(Balancing Tensor Diffusivity)法。また、安定性を向上させるため、人工粘性項と粘性項を陰的に表すことによって陰的解法として取り扱われている改良BTD(IBTD)法を取り扱っている。また、圧力 Poisson 方程式を導くことによって流速と圧力を分離して解く FS(Fractional Step) 法を採用することにより、同次補間での解析を可能としている。3次元解析では、多くの計算容量と計算時間が要求される。IBTD+FS 法は安定した解が得られ、またそこから得られる代数方程式の行列の形が対称であるため、計算効率が優れた手法であると言える。これにより、精度の良い、且つ計算効率に優れた3次元計算が可能であろうと考えられる。また、計算結果より3次元軸方向に存在する流れの確認を行い、実験値や2次元計算結果との比較から、3次元性の効果を検討するとともに、3次元解析の有効性と必要性を検討している。

3. 3次元円柱まわりの流れの計算

円柱まわりにおける、非圧縮流れの3次元解析を行う。レイノルズ数の規定は$Re = 1000$、2500、10000とする3ケースを行った。この領域は2次元解析によると、抗力係数とストローハル数が実験値より大きくなることが知られている。そのため本計算ではこの領域に焦点を合わせ、重点的に計算した。解析領域は2次元メッシュ上で円柱前方、側面に$6.5D$、後方に$20D$となり、円柱周り:128分割、最小メッシュ幅:$0.005D$となっている。また$Re = 10000$の計算時には、円柱周り:160分割、最小メッシュ幅:$0.001D$となる別のメッシュを用意した。3次元円柱軸方向の層分割数は様々な数で行い、表－1に示している。

軸方向の長さ	$Re = 1000$	$Re = 2500$	$Re = 10000$
$1D$	10		
$2D$	20,40	20	20

表－1 各条件における層分割数

境界条件は、流入で一様流速、側面、上面及び下面でslip、また円柱表面でno-slip、流出境界で圧力0と規定している。また、3次元計算の初期条件は2次元の計算結果を用いている。

4. 計算結果

図－1に円柱後方1Dにおける流速$'u, v, w'$の時刻歴を示す。これを見ると、軸方向の流速$'w'$が存在していることが分かる。最初、2次元性だったものが時間が経つにつれ3次元性が現れて来て、流速$'w'$の値は最大0.5から1.0にまで達している。これは初期条件に2次元計算結果を使用しているため、徐々に3次元性へと移行しているということである。

図－2は円柱後方 x-z 平面上の流速ベクトル図である。これを見ると分かるように、円柱軸方向に縦渦が発生していることが明瞭に確認できる。このことから、この流れが密接に3次元性へ関わっているものと考えられる。

図－3は$Re = 1000$時における、2次元と3次元解析の抗力係数と揚力係数の時刻歴を示している。これから、2次元と3次元結果が異なった様相を示していることが分かる。抗力係数、揚力係数ともにその振幅は小さくなり、周期も変わってきていることが分かる。また、抗力係数の相対的な値も下がってきている。これらから、円柱軸方向の流れや渦が3次元性として働いてるため、2次元と異なった結果を施していると考えられる。

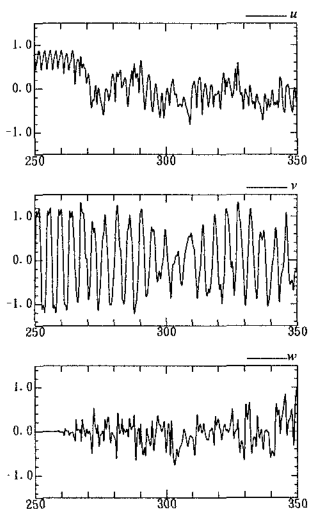
図－4にストローハル数と抗力係数のレイノルズ数による変化の実験値との比較を示す。これを見ると、$Re = 10^3$～10^4という領域において、2次元結果は実験値と大きく異なっているが、3次元結果は非常に良い一致を示しているということが分かる。これは本3次元解析が、実際の実験を的確に表現できていると評価してよく、3次元解析の有効性と必要性を裏付けている。また、$Re = 10000$時に多少のずれが見られるが、これはメッシュを細かくすること、特に円柱軸方向の層分割を細かくすることなどで解決できるものと思われる。

図－5は円柱表面における平均圧力分布図を示している。これからも、3次元計算結果と実験値を比較してみて、実験値は$Re = 1.1 \times 10^5$と多少異なったものとなっているが、良い傾向を示していることが分かる。また多少の違いは条件の差異による所も大きいが、円柱軸方向の層分割数を細かくすることにより改善できるものと思われる。これらより、3次元解析において円柱軸方向の層分割数の決定は、非常に重要なポイントの一つとなることが分かる。

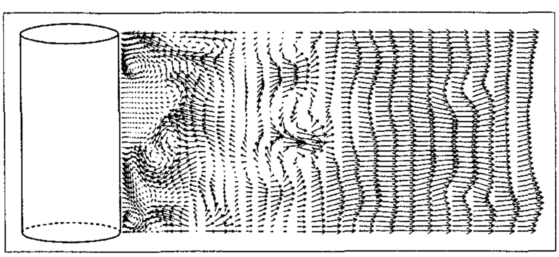
5. おわりに

以上の計算結果より、2次元解析では捕らえことのできない3次元性の効果を確認することができた。これは、円

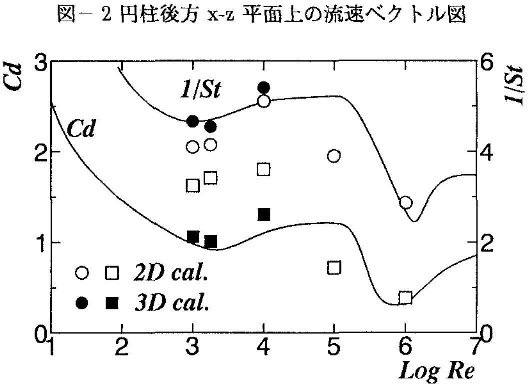
柱軸方向の流れや渦が３次元性として働いてるため、２次元解析で実験値との間にあった差を埋めていると考えられる。また、軸方向の層分割数の決定が、３次元解析において大きく解を左右するということが分かる。これは、層を細かくすれば、それだけ良い解が得られるということであるが、その数はコンピュータの記憶容量に依存しているため、現代のコンピュータではまだ問題が多いと思われる。しかし、３次元解析の有効性と必要性は証明できたものと思われる。



図－１ 円柱後方 1D における流速 $'u, v, w'$ の時刻歴



図－２ 円柱後方 x-z 平面上の流速ベクトル図



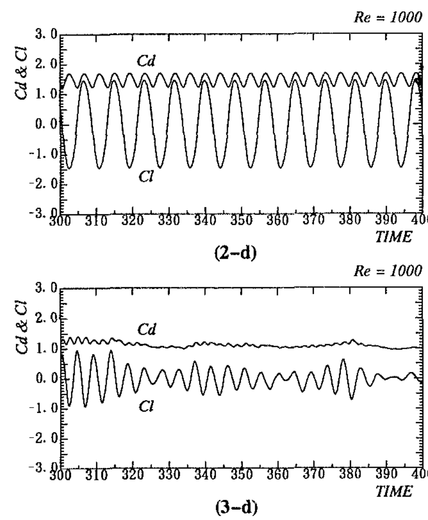
図－４ ストローハル数と抗力係数の
レイノルズ数による変化の比較

参考文献

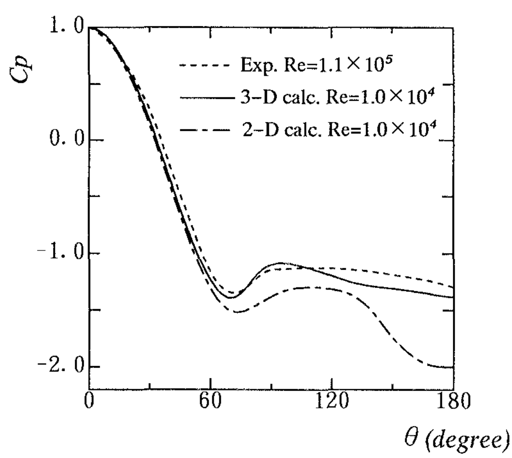
[1] T.E. Tezduyer, S. Mittal, S.E. Ray and R. Shih, Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal–order–interpolation velocity–pressure elements, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 95 (1992).

[2] M. Hayashi, K. Hatanaka and M. Kawahara, Lagrangian finite element method for free surface Navier–Stokes flow using fractional step methods, Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol.13 (1991).

[3] Mizukami A., Some integration formulas for a four-node isoparametric element, Computer methods in applied mechanics and engineering 59, North-Holland, pp.111–121, (1986).



図－３ 抗力係数と揚力係数の時刻歴



図－５ 円柱表面における平均圧力分布図