

I-A 151

圧縮荷重下にあるき裂進展時のE積分によるエネルギー解放率の有限要素解析

金沢大学大学院 学生員 ○鱈 洋一

金沢大学工学部 正会員 矢富盟祥

1. まえがき

最近の地震波の解析や食い違いの弾性論などの研究により、地震の原因は断層に沿うせん断破壊であることがわかってきているが、どのような条件のもとで地球深部でこのような大破壊が起こるのか、またいったん発生したらどのように成長していくのか分かっていない。これには震源破壊の発生・成長過程について物理的法則に基づいた研究が必要となり、この方法に有効であるとおもわれるのが、圧縮荷重下での破壊力学的考察である。また地震の問題に限ったことではなく圧縮荷重を受けたき裂による破壊は、岩盤力学、構造力学、材料力学の中でも重要な問題である。そこで本研究では破壊基準として重要なパラメータのひとつであるエネルギー解放率についてE積分を用いて有限要素解析をおこない、圧縮荷重下にあるき裂進展時のエネルギー解放率を解析し、その有用性を検討する。

2. E積分の有限要素解析への適応

E積分によるエネルギー解放率の表示式は次式で与えられる¹⁾。

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \left(t \cdot \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{\partial t}{\partial \ell} \cdot \frac{\partial u}{\partial \beta} \right) d\beta d\Gamma \quad (2.1)$$

ここで Γ はき裂先端を含む閉領域の境界であり、 ℓ はき裂長さである。また、 t, u はそれぞれ Γ 上で与えられる表面力ベクトル、変位ベクトルである。E積分は、非線形材料、非均質材料、さらには非直線のなき裂に対しても経路独立な積分である。(2.1)式は、微小変形理論による線形弾性体と仮定すると、次式で与えられる。

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \left(\frac{1}{2} t \cdot \frac{\partial u}{\partial \ell} - \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial \ell} \cdot u \right) d\Gamma \quad (2.2)$$

この式を有限要素法によって数値解析する時、き裂長さの異なるモデルを考えて、次式のように2点差分近似をする。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ t_i(\ell) \cdot \frac{u_i(\ell + \Delta\ell) - u_i(\ell)}{\Delta\ell} - \frac{t_i(\ell + \Delta\ell) - t_i(\ell)}{\Delta\ell} \cdot u_i(\ell) \right\} \Delta\Gamma \quad (2.3)$$

ここで積分経路は要素辺上に設けてあり、 n は経路上の節点数を表している。 $\Delta\Gamma$ は1つの要素内の経路長さ、 $\Delta\ell$ はき裂進展長さであり、 (ℓ) および $(\ell + \Delta\ell)$ はそれぞれき裂が進展する前と後の物理量を表している。

またき裂面に摩擦係数を μ とした摩擦力があるような場合には(2.2)式は次のように変形される。

$$E = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \left(t \cdot \frac{\partial u}{\partial \ell} - \frac{\partial t}{\partial \ell} \cdot u \right) d\Gamma - \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \mu \sigma_y \frac{\partial u_x}{\partial \ell} dx \quad (2.4)$$

ここで $e^{\pm}$ はき裂の上下面を示す。

3. 解析モデル

使用したモデルはFig.2(a),(b)に示すような8節点アイソパラメトリック要素を基本とした要素分割がなされており、要素数は332、節点数は920である。き裂はモデル中央に存在し、き裂長さ $2\ell=4\text{ cm}$ に対して横寸法80cm 縦寸法80cmで無限板を近似している。またき裂先端ではFig.2(b)に示すように、 -0.9π から 0.9π まで 0.1π ごとに折れ曲がり角度を変えて計算できるようにしており、本研究ではき裂右先端のみが進展することを想定している。ただし、折れ曲がり角度はき裂が直進する方向から左周りを正の向きとした。また、積分経路は要素辺上に設定し、き裂右進展側先端を囲む経路を小さい方から1,2,3、き裂両先端を囲む経路を小さい方から4,5としてある。

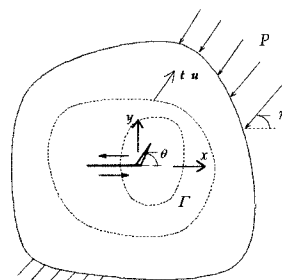


Fig.1 Qausi-stationary extending crack

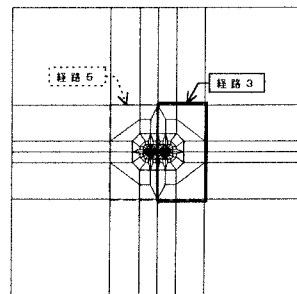


Fig.2(a) Finite element mesh for a model with a single crack and several integral paths

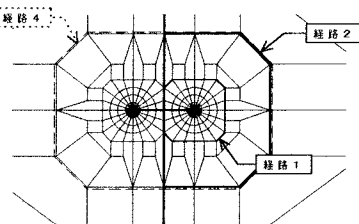


Fig.2(b) Finite element mesh near the crack tips and several integral paths

4. 接触問題の導入

圧縮荷重下にあるき裂面の大部分は閉じた状態で滑りが生じる。そのためこれを有限要素解析するにはき裂面上の接触条件を明確にする必要がある。そこで接触面の基本特性を固着、滑り、口開きの3つに大別し、それぞれの場合について連続条件を設定し、それを全体剛性方程式へ導入した後、接触状態が収れんするまで繰り返し計算を行なった。

5. 解析結果

Fig.3は初期き裂面から 0.2π ($\approx 36^\circ$)傾いた方向から一様圧縮荷重を載荷した時、き裂が直進する場合のエネルギー解放率 (ERR)を求めたものであり、横軸は経路番号、縦軸は一様引張応力場にあるき裂の理論解 ($\sigma\sqrt{\pi l}$)により求まるエネルギー解放率で正規化してある。き裂右先端のみを囲む経路1,2,3および、き裂両端を囲む経路4,5のどの経路においても摩擦のあるなしに関わらず一定の値となっており経路独立性が示されている。また摩擦のある場合とない場合の差は、き裂面上で摩擦により消費されたエネルギーである。

次に同じ斜向荷重下の場合のき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求めたものがFig.4であり、横軸はき裂折れ曲がり角度 θ で、縦軸はFig.3と同様の正規化を行っている。経路はすべての経路を重ねて記してあるが、摩擦のある場合もない場合も、どのき裂の折れ曲がり角度においても一定の値となっており、き裂折れ曲がり時にも経路独立であることがわかる。また最大エネルギー解放率破壊基準を使用し、破壊靱性値が等方的であると仮定するならば、き裂は次の瞬間時にき裂面から約 0.4π ($\approx 72^\circ$) 載荷軸方向へ折れ曲がって進みやすいことが分かる。

Fig.5は載荷軸方向ごとのき裂折れ曲がり方向を載せたものであり、横軸は載荷軸方向であり、縦軸はその時のき裂折れ曲がり方向である。摩擦がある場合もない場合も荷重角度に関わらず、き裂はき裂直進方向から約 0.4π 載荷軸方向に折れ曲がった方向に進みやすいということがわかる。この結果は解析法、破壊基準の違いはあるが Nemat-Nasser and Horii²⁾が行った研究と同様の結論となっている。

6. まとめ

- I. き裂面に摩擦がある圧縮荷重下でも、E積分を用いると経路独立性があり、エネルギー解放率が任意の経路で精度良く計算できることを確認した。
- II. 一様圧縮荷重を受けたき裂は、その載荷軸方向によらず初期き裂面から約 0.4π 主応力方向に傾いた方向に進みやすいという既往の研究と同様の結論が得られた。

以上のことからE積分は引張り荷重下だけではなく、き裂面が接触する圧縮荷重下でもき裂不安定成長の予測に有用な手段であることが確認された。本研究のE積分による方法は、さらに複雑な種々の状況（圧縮荷重下での干渉き裂や、圧縮多軸荷重下におけるき裂など）の場合や非線形物質への応用も可能である。今後それらの基本的なき裂破壊の研究が、地震の発生メカニズムや前兆現象の解明（すなわち地震予知）にも役立つことを期待する。

参考文献

- 1) C.Yatomi: Int.J.Solids Structures, Vol.19, No.2, pp183-187, 1983.
- 2) Nemat-Nasser, S., and H.Horii: J.Geophys.Res., 87, pp6805-6821, 1982.

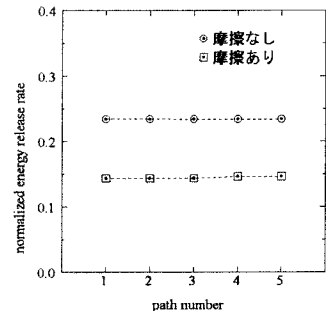


Fig.3 ERR on several integral paths for a frictional crack and a frictionless crack

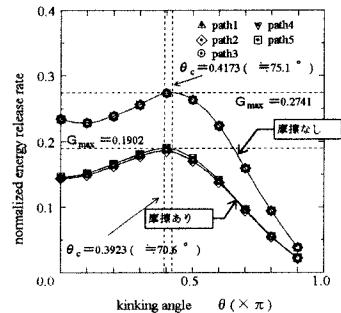


Fig.4 The variations of ERR for a frictional crack kinking with inclined loading angle $\gamma=0.2\pi$; $\mu=0.0, 0.3$

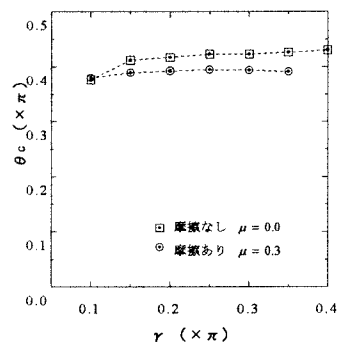


Fig.5 Relation between the loading angle and the kink angle which maximizes ERR; $\mu=0.0, 0.3$