

I-A 136 ベイズ推定と剛体ばねモデルを用いた逆解析における観測点配置

武蔵工業大学 学生会員 市川 悟
同上 正会員 星谷 勝

1. はじめに

地盤系システムは多くの不確定性を含んでいるため、地盤物性値を確定的に把握することはきわめて困難である。そこで施工開始後も観測を続けることで、不確定性を減少させ、構造モデルを更新することで、それまでより高い精度で推定し、その結果に基づいて設計や施工法を修正しながら施工を進める情報化施工がある。

一方、精度よく推定するためには、観測精度や観測位置といった観測点配置について十分に検討する必要がある。観測点配置の評価方法についてはいくつかの方法が提案されているが、未知量による観測量の微分値（影響係数行列）を用いる方法¹⁾と、事後の共分散を用いる方法²⁾の2つに大別される。前者の影響係数行列だけを用いる方法では、観測精度に関する情報は考慮されず、観測点の精度の善し悪しを反映することはできない。後者の事後の共分散を用いる方法では、その行列が影響係数行列・観測誤差の共分散行列・事前情報の共分散行列から算定され、総合的に多くの情報を含んでいる。

しかし、観測精度のよい観測点であっても、未知量の存在する領域に対して鋭敏でなければ、精度よく推定することは困難である。

本研究ではベイズ推定と剛体ばねモデルを用いた逆解析において、第1段階で未知量の存在する領域に対して影響係数行列により鋭敏な観測点を選び、第2段階で事後の共分散を用いて精度よく推定するための観測点の組み合わせを検討する。

2. 事後の共分散による評価指標

未知量 $\mathbf{x}$ 、観測量 $\mathbf{Z}$ のとき、観測方程式は式(1)で与えられる。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ は $\mathbf{x}$ の非線形関数、 $\mathbf{v}$ は観測誤差で $\mathbf{E}[\mathbf{v}] = 0$ である。このとき、確率論に基づく逆解析では事後の共分散行列 $\mathbf{P}_{xi}$ は式(2)で与えられる。

$$\mathbf{P}_{xi} = (\mathbf{M}^{-1} + \mathbf{H}_{xi}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_{xi})^{-1} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ は事前情報の共分散行列、 $\mathbf{R}$ は観測誤差 $\mathbf{v}$ の共分散行列 ($\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^T]$)、 $\mathbf{H}_{xi}$ は $\mathbf{x}$ による $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ の微分値（影響係数行列）である。

観測点配置の評価指標の定義として、事後の標準偏差の平均をとる方法や、変動係数を用いる方法が考えられる。しかしこれらの方法では、未知量の種類が異なる場合や、平均値が0である未知量を含む場合の評価ができないといった欠点がある。また、共分散行列の対角項のみを考慮した吉田ら²⁾の評価指標では、共分散を正確に評価しているとはいえない。そこで、評価指標を事前と事後の共分散行列の固有値の比の相乗平均と定義し、式(3)で与える。

$$I_{EM} = \exp \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(IEM_i) \right] \quad (3)$$

ここで、 n は未知数、 IEM_i は i 番目の未知パラメタの事後の共分散行列の固有値を事前の共分散行列の固有値で基準化した量を表している。評価指標 I_{EM} は 0.0 から 1.0 の間の値になり、 I_{EM} が小さいほど観測値の信頼性の向上が大きく、好ましい観測点配置であることを示す。この方法では、未知量の種類が異なる場合や平均値が0である未知量を含む場合でも評価が可能である。

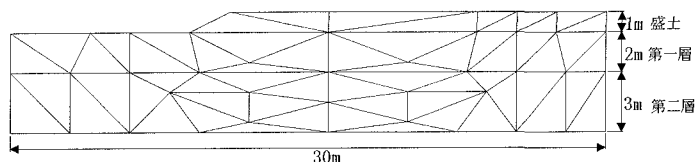


図-1 地盤モデル

表-1 事前情報

	盛土	第一層	第二層
単位体積重量[t/f/m ³]	1.6	1.6	1.6
弾性係数の平均値[t/f/m ²]	1800	960	9600
弾性係数の標準偏差[t/f/m ²]	450	320	800
ポアソン比	0.3	0.3	0.3
粘着力[t/f/m ²]	2.5	2.0	2.5
内部摩擦角[°]	0.0	0.0	0.0

3. 数値解析例

図-1 に示す地盤モデルで本手法の適用性を検討する。これは二層の水平地盤に高さ1mの盛土が載荷されているモデルである。未知量は各層の弾性係数とし、地盤物性値の事前情報は表-1 に示す。

観測変位の各領域に対する感度分布は影響係数行列を用いて表すことができる。第一層に注目したときの鉛直変位・水平変位それぞれに対する感度分布を図-2(a)、(b)に示す。これより鉛直変位に対しては盛土上、水平変位に対しては第一層の中ほどに感度のよい観測点があることがわかる。

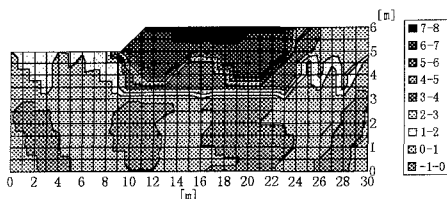
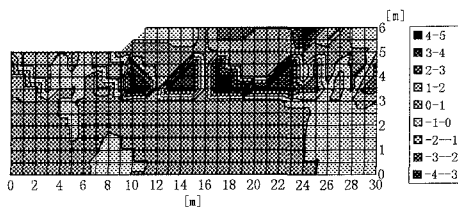
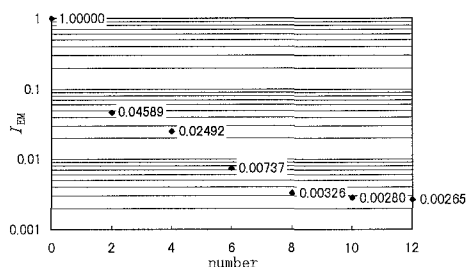
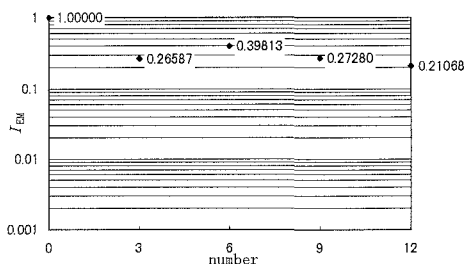
次に、この感度分布に基づき、観測点配置は観測点数を変化させることで、鉛直変位観測は6パターン、水平変位観測は4パターンを考えた。そしてそれぞれのパターンにおいて評価指標 I_{EM} を求め、観測点配置の評価を行った。その結果を観測点数で整理したものを図-3(a)、(b)に示す。図-3(a)からは鉛直変位の観測では、観測点を増やすことによって観測点配置の評価が高くなっているものの、観測点を8点以上増やしてもあまり効果のないことがわかる。一方、図-3(b)からは水平変位の観測では、観測点数を増やしても I_{EM} はあまり変化せず、観測点数6・9点の場合では3点の場合よりも逆に増加し、観測点配置の評価が低いことがわかる。この結果から本解析例では、精度よく推定するためには水平変位よりも、鉛直変位を重点的に観測すべきであると判断できる。

4. まとめ

本研究ではバイズ推定と剛体ばねモデルを用いた逆解析における観測点配置を、数値解析例を用いて行った。その結果、精度よく推定するための観測点配置について比較・検討を行うことができた。

<参考文献>

- 1) 村上章・長谷川高士: Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測点配置, 土木学会論文集, 第338号, 1983
- 2) 豊田耕一・吉田郁政: 観測点配置の評価指標, 土木学会第50回年次学術講演会講演概要集 第1部, pp842-843, 1995

図-2(a) 鉛直観測変位の第一層に対する感度分布 [$\times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{tf}$]図-2(b) 水平観測変位の第一層に対する感度分布 [$\times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{tf}$]図-3(a) 鉛直変位観測点数と I_{EM} の関係図-3(b) 水平変位観測点数と I_{EM} の関係