

I-A 132

# Voronoi理論を用いた 3次元体の形状認識に関する基礎的研究

八戸工業高等専門学校 建設環境工学科 正会員 杉田尚男  
長岡技術科学大学 建設系 正会員 鳥居邦夫

## 1. はじめに

現在、コンピュータの高速化に伴い、有限要素法により解析する構造物も大型化、複雑化しており、それによる入力データの増加のため、人手や時間のかかることが問題となっている。そこでこの問題を軽減するため、自動要素分割法が幅広く用いられている。しかし、現在の自動要素分割法では、応力集中部における要素の細分化には対処しきれていらない。また、3次元の構造物を2次元でモデル化し解析を行うことがあるが、やはり3次元の構造物は3次元の解析を行うことが望ましい。そこで本論文では、Voronoi理論を用いた、3次元任意形状の自動要素分割法を提案する。これは、Voronoi理論によって解析対象を正確に近似することにより、同理論を用いた要素の細分割を可能とし、従来の自動要素分割法の問題点を解消しようとするものである。本研究は、フローチャート1に示すように、1) データの入力、2) 初期要素生成、3) 任意形状認識、4) 応力解析の順で行う。本論文では、特に、任意形状認識について述べる。

## 2. 初期要素生成

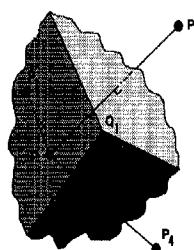
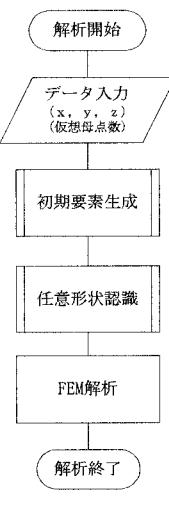
Voronoi理論は、幾何学的な領域分割理論として説明することができる。N次元Euclid空間で、n個の母点  $P_1(x_1), P_2(x_2), \dots, P_n(x_n)$  が与えられるとき、母点が最も近い点の集合  $V_i$  は次式で与えることができる。

$$V_i = \bigcap_{j:j \neq i} \left\{ x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\| \right\}$$

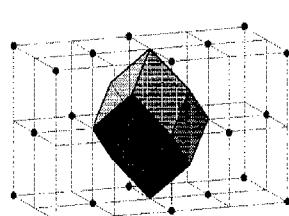
$$(i = 0 \dots n, j = 1 \dots i-1, i+1, \dots n)$$

ここで、 $x$  は、ある位置ベクトル  
 $x_i$  は、母点 I の位置ベクトル  $\|\cdot\|$  は、Euclid 距離

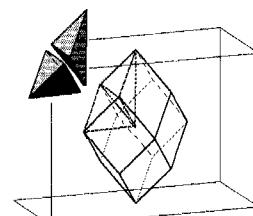
$V_i$  は、母点  $P_i$  の Voronoi 領域と呼ばれる凸多面体である。すなわち、この Voronoi 領域は、母点と母点を結ぶ直線の垂直2等分面（図1）によって構成されるもので、応力解析には、この凸多面体の各頂点（これ以後この凸多面体の各頂点を節点とする）と、母点  $P_i$  とを結ぶことにより四面体要素を形成しそれを用いる。今、面心立方格子を成すように母点を配置する。すると、それによって形成される Voronoi 領域は、菱形十二面体（図2）となる。この菱形十二面体の各節点と母点を結び四面体要素を形成するのだが、この四面体要素はほぼ正四面体となる。（図2-1）



&lt;図1&gt;Voronoi図



&lt;図2&gt;菱形十二面体



&lt;図2-1&gt;解析用四面体

### 3. 任意形状認識

任意形状認識は、応力集中による要素の細分割を可能とするために、Voronoi理論を用いている。これは、『母点と母点の中点に節点が形成される』という、Voronoi理論の特徴を用いて形状認識を行うものである。任意形状認識を、フローチャート2に示す。（以下の説明では、図3のように円筒を挿入した場合の形状認識についてのみ述べる。）

#### <STEP 1：支配領域の決定>

支配領域（図4）とは、認識する形状を含む立方格子によって構成され、領域内にある母点および節点のみで形状認識を考えることにより、プログラムの効率化が図れ、実行時間の短縮につながる。

#### <STEP 2：移動領域の決定>

図5のように移動領域を定める。移動領域を表してある2つの円の半径は次式による。外側の円の半径  
 $r_{out} = r + \frac{w}{2}$  : 内側の円の半径  $r_{in} = r - \frac{w}{2}$   
 $r$  は、挿入した円筒の半径:  $w$  は、立方格子の一辺の長さを表す。この移動領域内の母点のみが、認識する形状の辺上へ移動する。

#### <STEP 3：母点による形状認識>

母点を次のように移動することで認識を行う。

- 1) 母点は立方格子の辺上を移動する。（図6）
- 2) 移動方向は、認識する辺に対して近い方へ移動する。（図7、方向1 <→ 方向2 ⇒ 方向1へ移動）

#### <STEP 4：節点による形状認識>

前述したように母点と母点の中点に節点を配置することによって行う。認識する形状の内側（もしくは外側）には要素は存在しない。従って、認識する形状の辺を壁と考えることができ、節点は図8-1のようになり、要素は図8-2のように形成される。

### 4. 結論

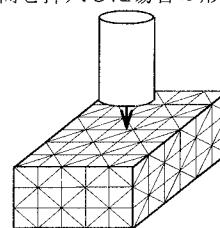
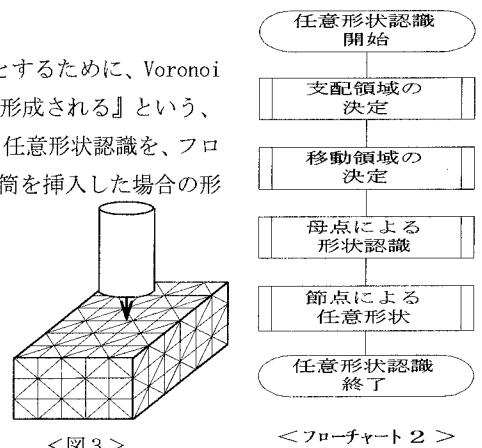
図9-1、図9-2は直方体に円筒を挿入したものであるが、図

に示される通り、ほぼ正確に円筒の認識が行われていることが分かる。

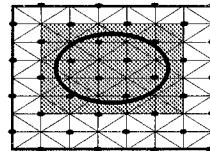
今後、FEM解析の応力値をもとに母点と節点の移動、節点の追加、Smooth法を組み合わせて形状認識の部分の要素の改良を行う必要がある。

### 5. 参考文献

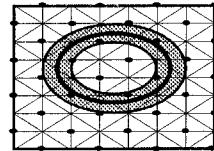
- 1) 北上靖大、山本亮、杉田尚男、  
Voronoi多面体による有限要素  
自動メッシュ生成法：平成7年度  
土木学会東北支部技術研究概要集



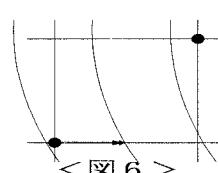
<図3>



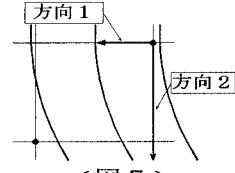
<図4>



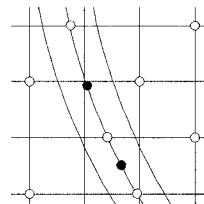
<図5>



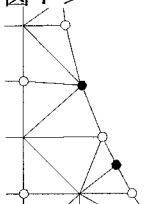
<図6>



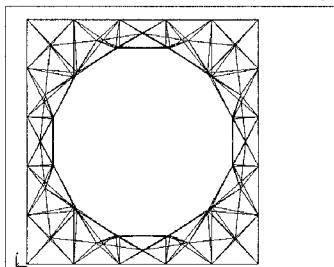
<図7>



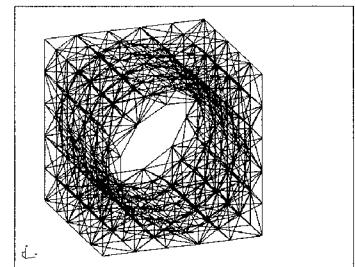
<図8-1>



<図8-2>



<図9-1>  
形状認識図



<図9-2>  
形状認識図