

I-A 101 圧縮を受ける2本の放物線部材の振動特性について

九州産業大学 正 水田 洋司 熊本大学 正 山尾 敏孝
九州産業大学 学 ○中尾 学 熊本工業大学 正 平井 一男
九州産業大学 正 白地 哲也

1. はじめに

タイで結合した2本の曲がり部材の座屈強度は、真つすぐな2本の部材の場合よりも倍増し、その程度はタイの本数やサグ比に影響されることが報告⁽¹⁾されている。これは曲がり部材のアーチ効果と考えてよいであろう。本論文では図-1に示すような圧縮を受ける2本の放物線形状部材の固有振動数が、部材のサグ比によってどのように変化するかについて数値シュミレーションを行い、その結果について検討した。

2. はりの固有振動数と軸力の関係

図-2に示すような軸圧縮力Pを受けるはり（曲げ剛性：EI）の振動方程式は、

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EIg}{wA} \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{Pg}{wA} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \dots (1)$$

ここに、w：単位長さ当りの重量，A：断面積，
g：重力加速度，t：時間

で表され、この方程式の解、すなわち固有振動数 ω_n は次式で与えられている。

$$\omega_n = n^2 \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 \sqrt{\frac{EIg}{wA} \left\{ 1 - \frac{P}{EI \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2} \cdot \frac{1}{n^2} \right\}} \quad \dots (2)$$

(n=1, 2, 3, ...)

式(2)をはりの1次の固有振動数 ω_{e1} 、Eulerの座屈荷重 P_{cr} を用いて書き直すと

$$\frac{\omega_n}{\omega_{e1}} = n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)} \quad \dots (3)$$

式(3)を図示すると、図-3のようになる。

ここに、

$$\omega_{e1} = \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 \sqrt{\frac{EIg}{wA}}, \quad P_{cr} = \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2 EI$$

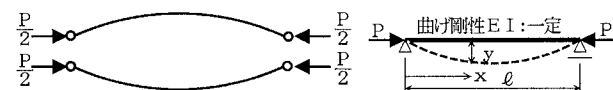


図-1 圧縮を受ける曲がり部材

図-2 圧縮力を受けるはり

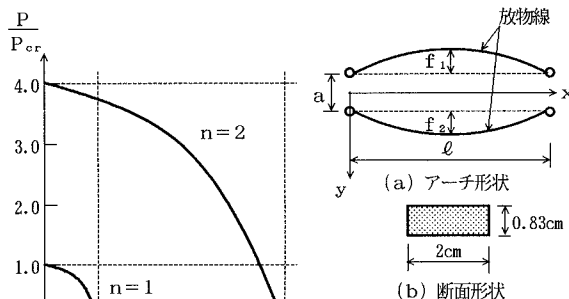
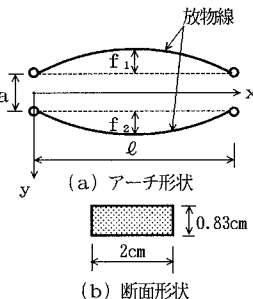
図-3 はりの振動数と圧縮力 ω_n/ω_{e1} 

図-4 部材の座標系と断面形状

3. 数値計算

圧縮部材の固有振動数特性を調べるために、文献(1)で使用された部材の諸元(表-1参照)を用いて数値計算を行った。計算には平面棒理論を用い、固有値解析にはQR法を利用した。解析に使用した曲がり部材の形状はすべて放物線(図-4参照)であり、 f_1 、 f_2 はアーチライズである。解析モデルは図-5に示すType I～Type Vに分けており、両端部はすべてヒンジである。Type III、IVの曲がり部材は両端部が離れており、Type Vは両端部が接触し、Type VI、VIIは両端がピン結合されている。各部材のタイは軸力材、タイの両端はピン結合、位置はスパン中央である。

表-1 部材の諸元

弾性係数E (KN/mm ²)	206	タイの断面積(cm ²)	0.83
部材長 ℓ (cm)	48	ライズ比 (f/ℓ)	0.05, 0.10, 0.15
部材の断面 (cm ²)	0.83 × 2.0	両端部の間隔a (cm)	5.0

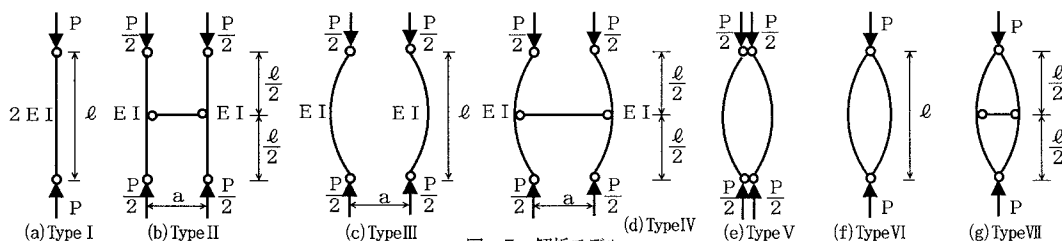


図-5 解析モデル

4. 解析結果

各Typeの固有値解析より得られる1次固有振動数を図-6に示している。図中の P_{cr} はType Iの座屈荷重であり、 ω_{g1} はType Iの曲げの1次振動数である。実線はType Iの場合であり、図-3の $n=1$ と同じである。 P/P_{cr} を一定とした場合、この直線と実線で囲まれる内部は、Type Iより固有振動数が小さいことを示し、外部はType Iより固有振動数が大きいことを示している。Type III～VIIでサグ比=0.05としたときの各モデルの固有振動数を図-6に図示している。そのときの固有モードを図-7に表している。一端がローラ支点の場合、ローラ支点が移動するモデルは対称1次モードが最低次の固有振動数となり、固有振動数もType Iより低くなる。Type Iより高い固有振動数を持つモデルの固有モードは逆対称1次モードとなっている。また、Type IIIのサグ比と固有振動数の関係を図-8に示している。この図より放物線部材には固有振動数を最大にするサグ比の存在することが判る。

5. モデルの改良

各モデルの解析よりアーチ形状部材は、支点の移動がなければアーチ効果の期待できることが判った。一端ローラのType IVを図-9のような構造にすれば、1次の固有振動数が両端ヒンジの場合と同じになることを確かめた。

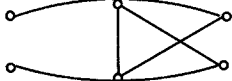


図-9 Type VII

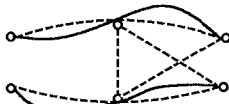


図-10 固有モード

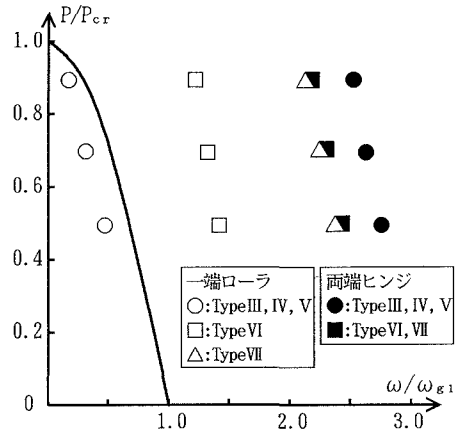


図-6 放物線アーチモデルの固有振動数（サグ比=0.05）

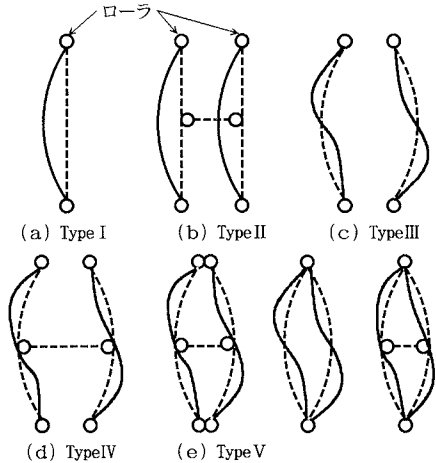


図-7 1次固有モード（両端ヒンジ）

6. おわりに

圧縮力を受ける部材の振動特性をType I～Type VIIIの部材について調べた。両端ヒンジの場合、Type II～Type Vの比較より、部材に曲がりをつけると、固有振動数は3倍程高くなる。タイがあるなしより、部材形状の影響であり、これは図-7のモードからも理解できる。Type IV, Vでタイの影響が出なかったのは、固有モードから判るようにタイの位置によるものであろう。支点の片方の鉛直変位を自由にとすると、Type II～Type Vの固有振動数は低下し、Type IIの両端ヒンジの振動数と同じである。これらとType VIIIの比較より、支点部の拘束状況の影響が大きいことが判る。また、図-8からわかるように最大のアーチ効果を示すサグ比の存在することが判明した。今後アーチ効果を定量的に明確にし、動的不安定問題についても検討する必要があると考えている。

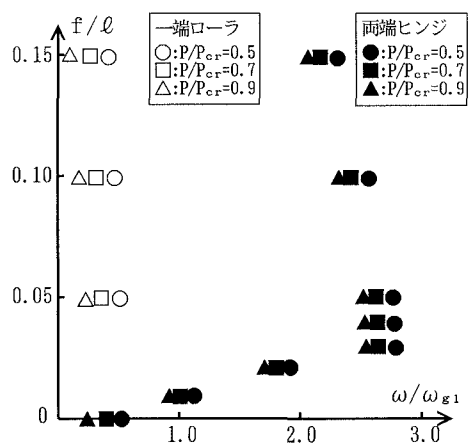


図-8 サグ比と固有振動数の関係（モデルIII）

参考文献 (1) 山尾敏孝, 他2名: タイで結合した2本の曲がり部材の座屈強度と挙動について, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 229～234, 1995年3月。