Ⅰ-A 96　従属節点を持つ立体骨組の大変形解析プログラム

佐賀大学　理工学部　学生員　井口　真一
正会員　後藤　茂夫
正会員　井嶋　克志
正会員　帯屋　洋之

1.まえがき

接線剛性法による平面骨組構造の大変形構造解析プログラムについては、すでに文献４）、５）に示したように十分な成果が得られたが、この手法の拡張理論としての立体骨組に対する実用的なプログラムを開発した。対象とする構成要素は、２節点要素とし、要素に剛体変位を拘束する静定な支点条件を与えた場合の独立な節点力と対応変位（要素力と要素変形）の関係が定式化されているものであれば何でも良い。ある節点と剛域を介して剛接された節点（主節点と従属節点）を考慮することにより、各要素の主軸、せん断中心軸が必ずしも１点に交わり得ない実際の格点構造や、吊橋の補剛桁重心軸と吊材取り付け位置のずれなどにも対処できることとなった。

2.要素変形と要素座標系の設定

先行状態の要素に対して、両端を結ぶ弦を第一軸とする直行右手系の３次元座標の要素座標系が設定されている。これが各要素の両端に固定されているとすれば、変形後、２個の要素端座標系へと変換される。これらの第１軸と変形後の弦が張る平面と直行する軸の回りに要素端座標系をそれぞれの第１軸と変形後の弦が一致するよう回転させ、変形後の両端における新しい２個の座標系を設定する。

これらの第１軸が共通な２個の座標系は、共通軸の回りの単純回転により相互変換可能であり、両座標系から、1/2回転によるちょうど中間の座標系を変形後の要素座標系と定義する。

要素回転変形増分は要素の両端をｉ，ｊとし、接線剛性方程式の解としての回転変位３成分を先行状態の要素座標系ω_0方向へと変換したものを$\varDelta x_{i,j}$、要素座標系$\omega_{i,j}$への座標変換を

$$\omega_i=\Phi(\varDelta x_{i,j})\omega_0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$\Phi(\varDelta x_{i,j})$：回転$\varDelta x_{i,j}$、による座標変換マトリックス

と表し、変形後の要素座標系とωと$\omega_{i,j}$の関係

$$\omega_{i,j}=A\,\omega$$

より、回転ｒから座標変換マトリックスへの変換$\alpha=\Phi(r)$の逆変換$r=\Phi^{-1}(\alpha)$を用いることにより、剛体変位成分が除去されて

$$\varDelta\theta=\Phi^{-1}(A) \quad \cdots\cdots(2)$$

のように得られる。

3.従属節点に連結される要素の接線剛性方程式

接続節点ｉ，ｊを有する要素に関する接線剛性方程式を

$$\delta\begin{bmatrix}D_{ij}\\D_{ji}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_{ii}&k_{ij}\\k_{ji}&k_{jj}\end{bmatrix}\delta\begin{bmatrix}d_i\\d_j\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$D=\begin{bmatrix}U\\X\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U\\V\\W\\X\\Y\\Z\end{bmatrix} \qquad d=\begin{bmatrix}u\\x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u\\v\\w\\x\\y\\z\end{bmatrix}$$

δ u：並進変位増分
δ x：回転変位増分
δ U：要素端力増分
δ X：回転トルク増分

のように表す。要素端ｉを節点ｐの従属節点とするとき、節点ｉの回転変位は、常に節点ｐのそれと一致するが変位後の座標値u_i及び並進変位$\varDelta u_i$は、ｐ点の回転変位$\varDelta u_p$による座標変換マトリックスをΦ、節点I、ｐの初期座標値を$\underline{u}_i$、$\underline{u}_p$とおいて次のようになる。

$$u_i=u_p+\Phi^T(\underline{u}_i-\underline{u}_p) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\varDelta u_i=u_i-\underline{u}_i=u_p+(\Phi^T-e)(\underline{u}_i-\underline{u}_p) \quad \cdots\cdots(5)$$

従って微小変位増分としてのｉ点の並進変位はｐ点の変位によって表すことができる。すなわち

$$\delta u_i=\delta u_p+\delta\begin{bmatrix}0&-z&y\\z&0&-x\\-y&x&0\end{bmatrix}_i\left(\underline{u}_i-\underline{u}_p\right)=\delta u_p+\begin{bmatrix}0&w&-v\\-w&0&u\\v&-u&0\end{bmatrix}_{ip}\delta x_p\equiv\delta u_p+w_{ip}\delta x_p \quad \cdots\cdots(6)$$

これより、

$$\delta d_i = \delta \begin{bmatrix} u \\ x \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} e & w_{ip} \\ & e \end{bmatrix} \delta \begin{bmatrix} u \\ x \end{bmatrix}_p \equiv W_{ip} \delta d_p \qquad \cdots\cdots (7)$$

と置くことにすれば、剛体要素とみなすことのできるｐｉ連結部のｐ端の節点力増分は

$$\delta D_{pi} = \delta w_{ip}^T \delta D_i \qquad \cdots\cdots (8)$$

となる。従ってそれぞれ主節点がｐ，ｑとなる従属節点ｉ，ｊを有する要素に関する接線剛性方程式を主節点に関して変換すれば

$$\delta \begin{bmatrix} D_{pi} \\ D_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{ip} & \\ & w_{ip} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{ip} & \\ & w_{ip} \end{bmatrix} \delta \begin{bmatrix} d_i \\ d_j \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots (9)$$

のようになる。

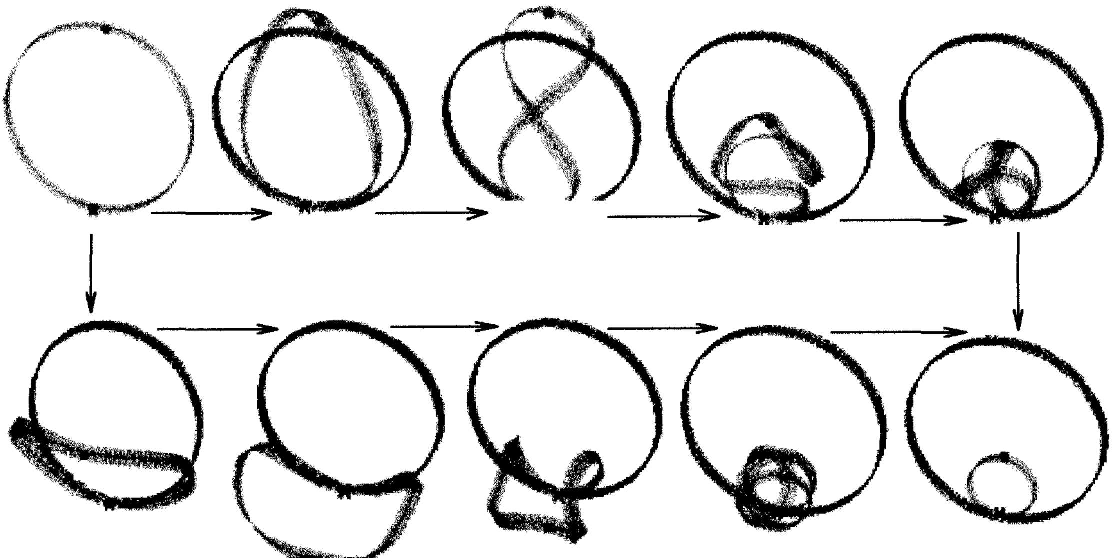
なお、従属節点上の荷重に対しては　$D_p = D_p + w_{ip}^T D_i$ $\qquad \cdots\cdots (10)$

として主節点上への作用荷重に置き換えることができる。

4.計算例

立体回転を伴う大変形計算例として、下端を固定した円環の頂点のねじりと曲げによる２通りの折りたたみ過程を変位制御により求めた。

頂点の鉛直軸まわりの回転



頂点の水平軸まわりの回転

5.結言

平面構造の場合のように、どのように過大な荷重増分に対しても解が存在すれば確実な収束性が保証されるということはないが、分割逐次載荷、変位制御等により実用上十分な大変形解析プログラムとしての有用性を確認することができた。なお、本プログラムを平面骨組構造に適用した場合には、文献４）、５）で示したのと同様に、収束性、荷重増分に対する制約がなくなり、両プログラムの理論的な整合性が保たれている。

参考文献

1）後藤茂夫：立体構造物における接線幾何剛性マトリックスの定式化　　土木学会論文報告集No.238
2）後藤茂夫、荒牧軍治、井嶋克志：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的非線形解析
土木学会構造工学論文報告集Vol.37A
3）後藤芳顕、渡辺康人、春日井俊博、松浦聖：空間での有限回転を伴う弾性座屈現象を利用したリングのたたみ込み　　土木学会論文報告集No.428/1-15
4）後藤茂夫、井嶋克志、古賀勝喜、帯屋洋之：接線剛性法による要素力式の設定と解の精度
5）後藤茂夫、井嶋克志、帯屋洋之、劉磊：接線剛性法による平面骨組の分岐釣合系の解析
構造工学における数値解析法シンポジウム論文集第18巻