

I-A 95

座標表示に基づく幾何学的非線形解析における薄板要素
初期応力行列の計算効率に及ぼす効果に関する検討

武蔵工業大学 学生員 ○ 渡 貴司
 神奈川県庁 正会員 菊池 孝雄
 武蔵工業大学 フェロー 増田 陳紀
 武蔵工業大学 フェロー 西脇 威夫

1. はじめに：薄肉立体構造を対象とした有限要素法による幾何学的非線形静的応答解析に関する研究は、数多くなされており、種々の解析手法が報告されている。これらの研究の中で個々の要素には線形要素を用い、全体座標系での変位と要素とともに移動する要素座標系での変位との座標変換関係を座標表示に基づいて忠実に表現することにより、剛体的な変位・回転を取り除き、幾何学的非線形性を考慮する解法¹⁾が、構造全体での大きな変形にも比較的大きな増分で追従し得る解法として注目される。しかし、線形要素の使用は、個々の要素において幾何学的非線形性が強くならないように、要素分割を細かくすることを前提としており、計算機の必要記憶容量が増大する。本研究では、文献1)の解法を対象として個々の要素において幾何剛性行列を導入した場合に、計算効率がどの程度向上するかを検討することを目的とする。要素幾何剛性行列は初期応力行列と初期変位行列とから構成されるが、本報告では、まず、初期応力行列のみを採用し、文献1)の要素増分釣り合い方程式に、個々の要素において要素内の面外変位を3次式で補間した三角形薄板要素の初期応力行列を導入した。要素分割数をパラメータとして、この解法について精度と計算時間に及ぼす初期応力行列の影響を計算例を通じて検討した。計算例としては圧縮板の大変位解析の問題を取り上げた。

2. 初期応力行列が精度及び計算時間に及ぼす影響：解析対象は、周辺単純支持正方形板の一組の対辺が等変位の軸圧縮を受ける問題で、1/4 対称部分を対象として、圧縮辺の圧縮変位を制御して計算を行った。図-1 に解析対象と諸条件及び 1/4 対称部分を X 方向 Y 方向にそれぞれ 3 分割及び 20 分割（ただし、20 分割に対しては初期応力行列導入前、また、分割数は三角形要素を組み合わせて四角形要素としてのものである）したときの荷重比—中央点横たわみ比関係（ W_0 ：初期たわみ、 W_c ：付加たわみ）を示す。図中の K^* は線形剛性行列のみによる解析結果、 $K^*+K^*_{\sigma c}$ は応力を要素重心での値で評価した初期応力行列 $K^*_{\sigma c}$ を導入した解析結果、 $K^*+K^*_{\sigma L}$ は、応力を線形分布で評価した初期応力行列 $K^*_{\sigma L}$ を導入した解析結果である。初期応力行列導入前後のプロットは、COAN の理論解²⁾と同様の挙動を示している。これらのプロットに対して 3 次のスプライン補間を用いて関数を求め、横たわみ比 1 に対する荷重比の相対誤差を計算した。ここで、COAN の理論解は 2 重フーリエ級数項が 3 項までの近似解であるため相対誤差の計算は初期応力行列導入前の 20×20 分割の解析結果を基準として求めた。初期応力行列導入前後の相対誤差を要素分割数による解の収束性と併せて図-2 (a) に示す。3 分割以外では、いずれの分割でも初期応力行列を導入することにより、相対誤差は 1/10 以下に減少している。計算時間については図-2 (b) に示すように、いずれの分割でもたかだか 20% 程度の違いで同程度におさえられた。次に、さらに大きな変位が生ずる問題について検討する。横たわみ比 8 までの範囲の荷重比—中央点横たわみ比関係を図-3 に、また初期応力行列導入前の 20×20 分割の解析結果を基準とし、横たわみ比 6 に対する荷重比の相対誤差を計算したものを図-2(c) に示す。

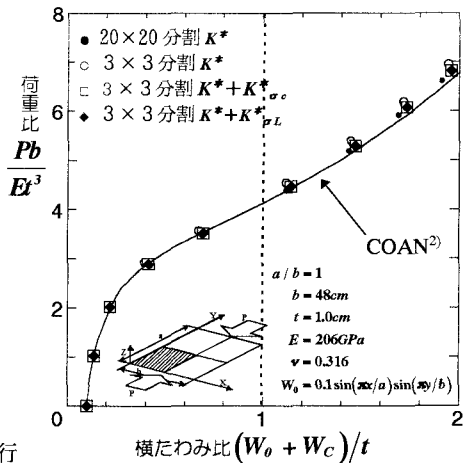
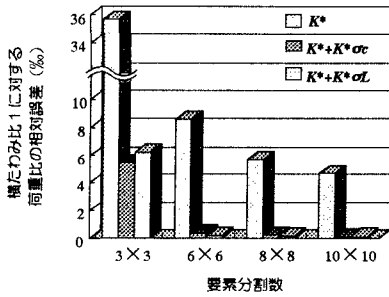
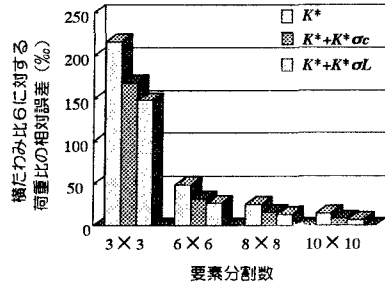


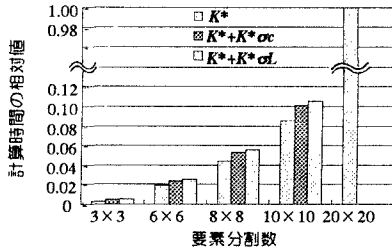
図-1 解析対象と諸条件及び
荷重比—中央点横たわみ比関係
(横たわみ比 2 までの範囲)



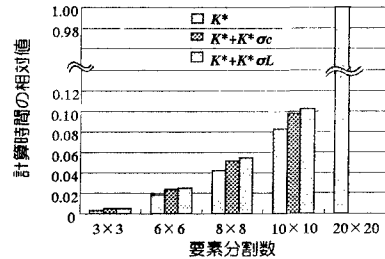
(a) 横たわみ比1に対する荷重比の相対誤差



(c) 横たわみ比6に対する荷重比の相対誤差



(b) 計算時間の相対値の比較
(20×20分割 K*の計算時間を基準とした場合)



(d) 計算時間の相対値の比較
(20×20分割 K*の計算時間を基準とした場合)

図-2 各分割ごとの相対誤差と計算時間の比較

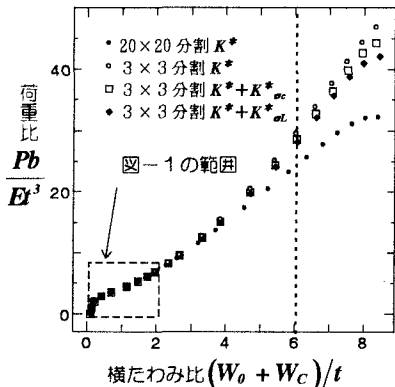
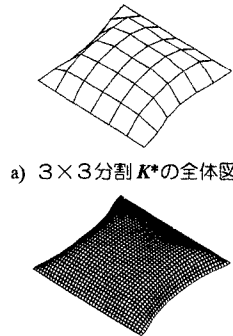


図-3 荷重比—中央点横たわみ比関係
(横たわみ比8までの範囲)



a) 3×3分割 K*の全体図
b) 20×20分割 K*の全体図
図-4 要素分割の違い
(最終ステップの変形図,
X:Y:Z=1:1:1)

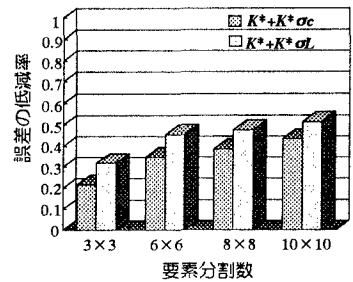


図-5 初期応力行列採用による
誤差の低減率
(K*のみを採用した場合を基準とする)

横たわみ比1に対する相対誤差と比較すると、初期応力行列の効果が少ない、図-4に示したような要素分割の粗さが原因であり、図-5に示すように要素分割数の増大と共に初期応力行列の効果が大きくなり、10分割では誤差は50%以上低減することがわかる。計算時間については、図-2(d)に示すように、初期応力行列を導入してもたかだか20%程度増加するだけである。

3. おわりに：要素を細かくすることにより誤差は低減できるが、変形形状をある程度再現できる程度の要素分割を行うことにより、ここでの計算結果に限定すれば、初期応力行列を導入することによって、たかだか20%程度の計算時間増で誤差を50%以上低減することができた。誤差の低減率は、変形との対応で、ある程度細かい要素分割を採用する程高くなる。

<参考文献> 1) 吉田 裕・増田陳紀・松田 隆：薄板で構成される立体構造の弾塑性・大変位離散化要素解析法，土木学会論文報告集，第288号，pp.41-55，1979.8. 2) Coan, J. M. : Large-deflection theory for plate s with small initial curvature loaded in edge compression, J.Appl. Mech. , pp.143-151, 1951.6.