

I-A 78

ねじれ荷重を受ける梁の座屈後の挙動

東北大学工学部 正 員 後藤 文彦
 東北大学工学部 学生員 小林 裕
 東北大学工学部 正 員 岩熊 哲夫

1. 序論

近年、宇宙構造物への関心の高まりに伴い、柔軟構造系の弾性座屈現象の研究が注目されている。中でも、座屈後の三次元大変位挙動の解析は、宇宙構造物の展開やたたみ込みへの応用性とも関連して、この分野の最も重要な研究課題の一つである。ここでは、比較的単純な境界条件・荷重条件で特徴的な座屈後の挙動を示す典型例として、いわゆるグリーンヒル問題を解析対象とする。このような変位や回転の大きさに制約を設けない有限変位解析の定式化は、三次元空間では有限回転が線形ベクトルとして扱えないために極めて複雑になる。そこで本研究では、剛体変位除去の手法を導入し、有限回転角はオイラー角を用いた座標変換で表すが、接線剛性方程式の回転自由度は直角座標三軸回りの微小回転角で表すことにより、比較的簡潔な定式化をし解析を行った。

2. 定式化

図-1のような直線梁要素の変形後の節点1を原点とし、この点での部材接線方向および断面内直角二方向に三軸をとる局所座標系 (ξ, η, ζ) を考える。ここで、図-1のように、節点1、節点2の絶対変位を d_1, d_2 とし、節点2の d_1 に対する相対変位を r とすると r は $d = (d_1, d_2)^T$ の関数として表せる。要素を十分に小さくとれば、この節点相対変位ベクトル r と節点外力 F は、局所座標系において微小変位理論の剛性行列で関係づけることができる。但し d の回転角成分はオイラー角 (α, γ, ϕ) で表されているが、各要素の接線剛性行列を重ね合わせるためには、モーメント外力と物理的に対応する直交座標三軸回りの微小回転角 $(\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z)$ で表す必要がある。一方、これらの間には次のような幾何学的関係がある¹⁾。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\gamma & 0 & \sin\gamma \cos\alpha \\ 0 & 1 & \sin\alpha \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\gamma \\ \Delta\phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

また、この局所座標系から全体座標系への座標変換は、節点1での有限回転角 $(\alpha_1, \gamma_1, \phi_1)$ で表される座標変換マトリックス T によって行う。以上から、最終的に式(2)のように全体座標系の剛性方程式を得ることができる。

$$f = T^T(d) K T(d) r(d) \dots\dots\dots (2)$$

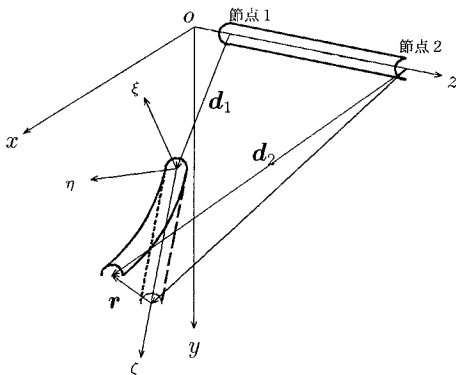


図-1 節点相対変位

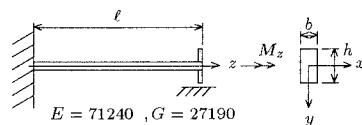


図-2 解析モデル

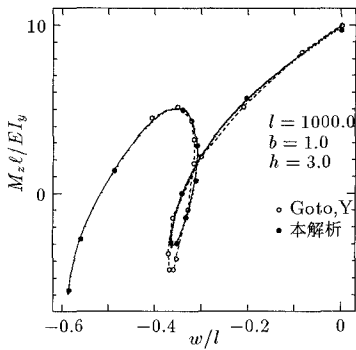


図-3 端部モーメント-軸方向変位

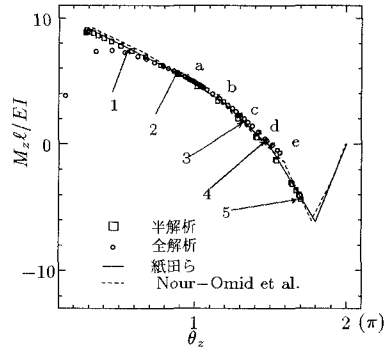


図-4 端部モーメント-ねじれ角

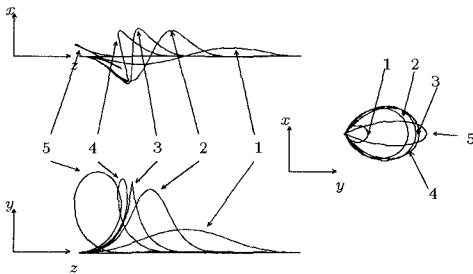


図-5 半解析による円形断面の座屈後の変形

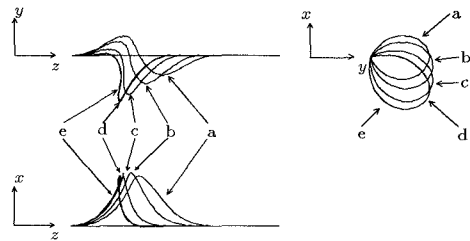


図-6 全解析による円形断面の座屈後の変形

3. 解析結果

グリーンヒル問題とは自由端にねじれ荷重を受ける片持ち梁の座屈の問題であり、このモデルを図-2に示す。矩形断面の梁の荷重変位曲線を図-3に示す。座屈荷重、座屈後の経路とも Goto ら²⁾と比較的よく一致している。一方、Nour-Omid ら³⁾と紙田ら⁴⁾は円形断面の梁を解析している。Nour-Omid らは全解析により対称な変形モードを得たが、紙田らはその対称性ゆえに半解析を用いている。本研究では、同じ諸元の円形断面の梁に対して半解析と全解析を行った。荷重変位曲線を図-4に、また対応する変形形状を図-5、図-6に示す。半解析の結果は、既存の研究と比較的よく一致しているが、全解析では、半解析では得られない非対称モードが確認された。この原因としては、定式化の簡潔化のため、式(2)のように変形後の軸の伸びの影響を無視した関係式により得られる非対称な接線剛性行列を用いていることが考えられ、現在、検討中である。

参考文献

- 1) 後藤文彦, 倉西 茂, 岩熊哲夫: Euler 角および空間固定直交座標三軸回りの微小回転角を用いた空間骨組解析, 土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集第 1 部, 1314 頁～1315 頁, 1993.
- 2) Yoshiaki Goto et al.: Analysis of Greenhill Problem by a Co-Rotational Method, JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING, Vol. 41A 1995.(英語)
- 3) Nour-Omid, B. and Rankin, C. C: Finite Rotation Analysis and Consistent Linearization Using Projectors, Comput. Methods, Appl. Mech. Engrg., 1993.(英語)
- 4) 紙田 徹, 近藤 恭平: 梁の 3 次元大変形の有限要素法解析 (第 2 報), 日本航空宇宙学会誌, 43, 1995.