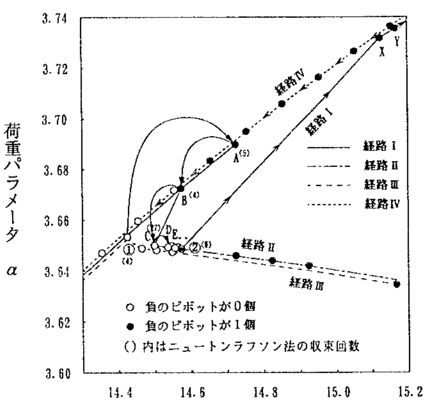
I－A 71

長大斜張橋の座屈有限変位解析法と特異点解析

東京都立大学大学院　学生員　平野　和志
東京都立大学　正会員　中村　一史・前田　研一・成田　信之
長岡技術科学大学　正会員　林　正

１．まえがき　近年，長大吊形式橋梁レベルにおいても構造形全体の変形特性を加味した耐荷力照査に関心が高まっている．本研究では，弾性安定問題における特異点の性質に着目し，特異点探索を併用した座屈有限変位解析法を，中央径間長1,000mの長大斜張橋の試設計例を対象としたモデルに適用し，終局状態における変形挙動の検討を試みた．

２．特異点探索による座屈有限変位解析法　斜張橋の座屈有限変位解析では，プレストレスを含む漸増荷重に対し，構造物の変形挙動を通常の有限変位解析で逐次追跡していくが[1]，特異点の前後では，構造系全体の接線剛性行列の対角要素（ピボット）の符号が変化するという性質がある．本研究では，この性質から特異点を判定する手法[2]を立体有限変位解析プログラムに組み込み，適用した．具体的な特異点探索の概念図を図-１に示す．この図は後述する数値計算結果の一部であり，漸増荷重の荷重パラメータαと代表点(変位増分法の制御点）の変位の関係を示している．各プロット点は有限変位解析のニュートンラフソン法による収束点である．系が安定であればピボットは常に正値であり，図中では○で示している．一方，Ａ点の●は，収束時に接線剛性行列のピボットの１つが負値になったことを示している．１ステップ前の①点では正値であることから，①-A間に特異点が存在する．従って，これを二分法の挟み込みによる収斂(図中A-B-C...の経路)から，負のピボットが出現する点を探索し，収束した②点を特異点と判定する．特異点②は，この場合分岐点に対応するが，以降同様な変位制御によって，さらに次の特異点およびその経路（経路Ⅰ：X-Y...）も探索が可能である．また，経路Ⅱは，特異点において特異行列から求まる零固有値に対する固有ベクトルを微小な不整として付与することによって得られる経路である．なお，解析プログラムについては，構造系の不安定問題および後座屈経路の追跡を精度良くかつ高い収束性で解析できることが前提条件となる．



case a)における中央径間1/2点の主桁鉛直変位(m)
図-１ 特異点探索の概念図

３．解析モデルと解析条件　解析対象には，中央径間長1,000mの試設計例[3]を参考に表-１の断面諸元を有し，斜張橋特有の設計条件を満足する立体有限変位解析モデル（図-２）を作成した．また，主桁両端の橋軸方向は一般に，いわゆる水平バネによって水平方向に弾性支持されるが，この水平バネの影響も検討するため，水平バネの有無についてモデルを２種類（表-２）作成した．バネ定数については，別途，座屈固有値解析により適切なバネ定数を求め，1,000t/mとし，両端に各２箇所取付けた．さらに，漸増荷重は，ここでは，死荷重＋プレストレスとした．

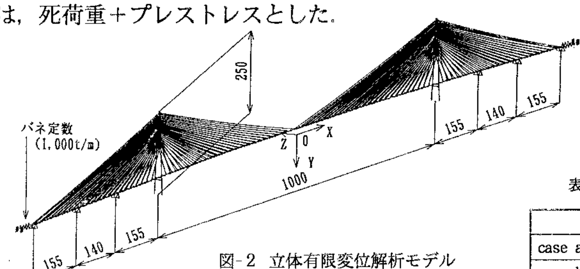


図-２ 立体有限変位解析モデル
（リンクケーブルモデル）

表-２ 解析モデル

	水平バネの有無
case a)	無
case b)	有

表-1 断面諸元

	主　桁	主　塔
A(m²)	1.58	1.24～3.30
J (m⁴)	6.4	12.0～20.0
I y(m⁴)	150	10.20～24.40
I z(m⁴)	2.66	11.99～45.22
E(t/m²)	21000000	21000000
G(t/m²)	8100000	8100000
	ケーブル	
A(m²)	0.006278～0.01343	
E(t/m²)	20000000	

4．解析結果とその考察　解析結果の一部として，図-３に，２モデルの中央径間1/2点の主桁鉛直変位，図-４に，水平バネを考慮しないモデルの中央径間1/2点の主桁鉛直変位，および，図-５に，水平バネを考慮したモデルの中央径間2/5点の主桁鉛直変位を示す．図-３から，耐荷力は若干case b)の方が高くなることがわかる．また，解析では荷重増分法と変位増分法を併用し，可能な限り荷重増分法で解析を行ったが，両ケースとも特異点の直前で変位増分法に切り替えた．case b)の終局状態付近では，耐荷力の極大値直前で分岐し，中央径間1/2点の変位が減少する挙動（破線部）を示した．一般に変位増分法の変位制御点では，安定した単調増加変位が条件であり，case a)では中央径間1/2点，および，case b)では中央径間2/5点の鉛直変位を制御した．

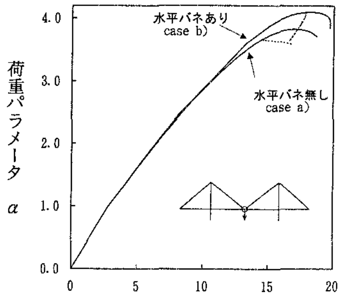


図-３　２モデルの中央径間1/2点の主桁鉛直変位(m)

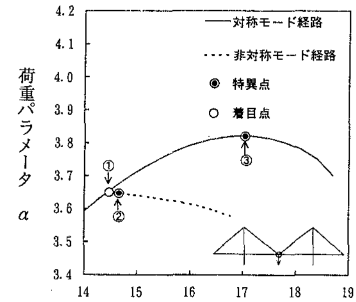


図-４　水平バネを考慮しないモデルの中央径間1/2点の主桁鉛直変位(m)

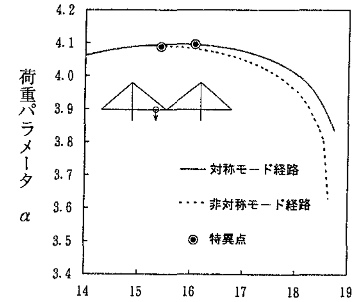


図-５　水平バネを考慮しないモデルの中央径間2/5点の主桁鉛直変位(m)

図-４から，case a)の場合，前述の手法により特異点は２つ探索され，１つ目の特異点②は分岐点，２つ目の特異点④は極大値と一致することから屈服点と分類できる．さらに，１つ目の特異点②付近の拡大図が前出の図-１であるが，その位置は経路Ｉ上にあり厳密な分岐点ではないことがわかる．また，経路Ⅳは通常の有限変位解析から探索されるが，特異点②付近で変位増分幅を小さくし，①を通るよう制御すれば有限変位解析からも経路Ⅲが得られる．従って，真の分岐点は，ほぼ①と特定してもよいと考えられる．なお，経路Ⅳは，2つ目の特異点へ向かう経路上から除荷によっても得られ，図中ではそれを示している．

図-５から，case b)においても同様の性状を示し，１つ目の特異点と２つ目の特異点は近接する傾向にあることがわかった．

図-６にはcase a)における各着目点の変形図およびモード図を示している．図からも明らかなように，分岐直前の①では対称変形，１つ目の特異点②では非対称変形となっている．これはこの点の座屈モードが非対称モードとなっていることからも裏付けられる．一方，２つ目の特異点③では対称変形であり，座屈モードも当然対称性がある．従って，図-４の実線は対称モード経路，破線は非対称モード経路（非対称分岐）であるといえる．この傾向は図を略したがcase b)についても同様であった．

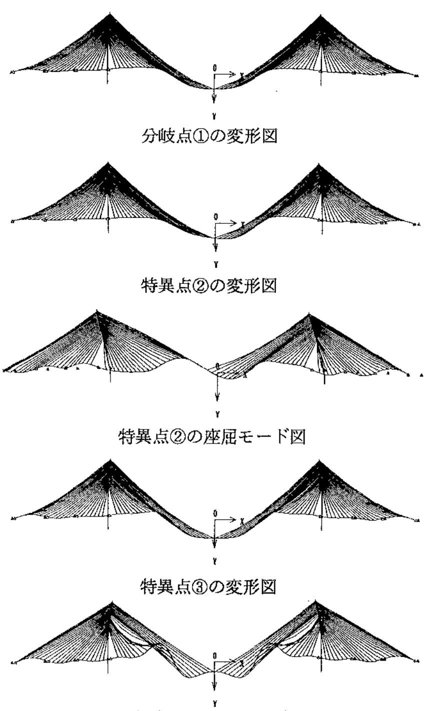


図-６　case a)における各着目点の変形図およびモード図

5．あとがき　以上の結果から，弾性問題ではあるが，長大斜張橋の漸増する静的荷重に対する終局状態を分岐経路も含めて十分追跡することができることから，今回採用した特異点探索を併用した座屈有限変位解析法は有用な手法の１つであるといえる．なお，座屈固有値解析からも別途検討中である．

［参考文献］1)中村・前田・成田・林・中田：ケーブルの弛緩を考慮した長大斜張橋の座屈有限変位解析，第50回年次学術講演会，1995.　2)前田・林：構造解析における多元連立非線形方程式の数値計算法，日本鋼構造協会第11回マトリックス構造解析法研究発表論文集，1977.　3)星埜・宮田：長大斜張橋（支間1,000m）の試設計，橋梁と基礎，1990.2.