

I-A 55 高次せん断変形シェル理論を用いた円筒パネルの自由振動解析について

大同工業大学大学院 学生員 加藤年宏
大同工業大学工学部 正会員 水澤富作

1. まえがき これまでにも、シェル理論に関する研究は多く行われているが¹⁾、4つの支持辺を有する円筒パネルに関する研究は少ないように思われる。また、横せん断変形を考慮したシェル理論では、シェル厚やシェル長がこれらの適用限界となっている。

本研究では、高次せん断変形理論とDonnellの偏平シェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて、厚肉円筒パネルの自由振動解析を行い、解の収束性や解析精度について検討を行っている。また円筒パネルの振動特性に与える、シェル厚比、 t/L 、パネル長比、 L/R 、偏平角、 ϕ や境界条件などの影響についても明らかにしている。さらに、一次せん断変形シェル理論と3次元弾性理論による解と比較を行い、その適用限界について検討を行っている。

2. 解析手法 Fig. 1に示す等方性、等質な厚肉円筒パネルの振動解析を行うために、高次せん断変形理論とDonnellの偏平シェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて式の定式化を行っている。式の定式化では、無次元の円筒座標系； $\eta=y/L$ 、 $\zeta=\theta/\phi$ 、 $\xi=r/t$ を用いる。ここで、 L は円筒パネル長、 t はシェル厚、 ϕ は偏平角である。したがって、3次元せん断変形理論では、それぞれ独立した次のような変位関数が仮定される。

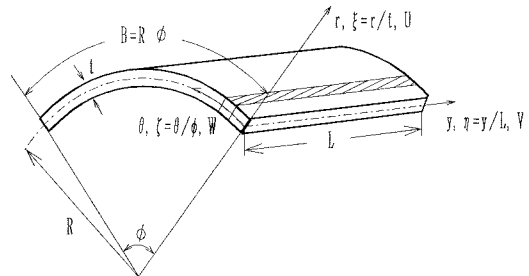


Fig. 1 円筒パネルと座標系

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta, \zeta) &= t \left[V(\eta, \zeta) + \xi \chi_y(\eta, \zeta) - (4/3) \xi^3 \left\{ (t/L) \partial U(\eta, \zeta) / \partial \eta + \chi_y(\eta, \zeta) \right\} \right] \\ v(\xi, \eta, \zeta) &= t \left[W(\eta, \zeta) + \zeta (t/R) V(\eta, \zeta) + \zeta \chi_\theta(\eta, \zeta) - (4/3) \xi^3 \left\{ (t/R\phi) \partial U(\eta, \zeta) / \partial \zeta + \chi_\theta(\eta, \zeta) \right\} \right] \quad \dots (1) \\ w(\xi, \eta, \zeta) &= t U(\eta, \zeta) \end{aligned}$$

ここで、 U と V は面内変位、 χ_y と χ_θ は回転角、 W はたわみを示す。

次に、高次せん断変形理論に基づくDonnellの偏平シェル理論で定義される垂直及びせん断ひずみを無次元座標系で表せば、

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_y \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{y\theta} \\ \gamma_{ry} \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{oy} \\ \epsilon_{o\theta} \\ \gamma_{oy\theta} \\ \gamma_{ory} \\ \gamma_{or\theta} \end{Bmatrix} + (r/t) \begin{Bmatrix} K_{1y} \\ K_{1\theta} \\ K_{1y\theta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + (r/t)^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_{2ry} \\ K_{2r\theta} \end{Bmatrix} + (r/t)^3 \begin{Bmatrix} K_{3y} \\ K_{3\theta} \\ K_{3y\theta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots (2)$$

で与えられる。ここで、 $\epsilon_{oy} = (t/L) \partial V / \partial \eta$ 、 $\epsilon_{o\theta} = (t/R\phi) \partial W / \partial \zeta + (t/R) U$ 、 $\gamma_{oy\theta} = (t/R\phi) (\partial V / \partial \zeta) + (t/L) (\partial W / \partial \eta)$ 、 $\gamma_{ory} = \chi_y + (t/L) \partial U / \partial \eta$ 、 $\gamma_{or\theta} = \chi_\theta + (t/R\phi) \partial U / \partial \zeta$ 、 $K_{1y} = (t/L) \partial \chi_y / \partial \eta$ 、 $K_{1\theta} = (t/R\phi) \partial \chi_\theta / \partial \zeta$ 、 $K_{1y\theta} = (t/L) \partial \chi_\theta / \partial \eta + (t/R\phi) \partial \chi_y / \partial \zeta$ 、 $K_{2ry} = -4 \{ \chi_y + (t/L) \partial U / \partial \eta \}$ 、 $K_{2r\theta} = -4 \{ \chi_\theta + (t/R\phi) \partial U / \partial \zeta \}$ 、 $K_{3y} = -(4/3) \{ (t/L)^2 \partial^2 U / \partial \eta^2 + (t/L) \partial \chi_y / \partial \eta \}$ 、 $K_{3\theta} = -(4/3) \{ (t/R\phi)^2 \partial^2 U / \partial \zeta^2 + (t/R\phi) \partial \chi_\theta / \partial \zeta \}$ 、 $K_{3y\theta} = -(4/3) \{ 2 (t/L) (t/R\phi) \partial^2 U / \partial \eta \partial \zeta + (t/R\phi) \partial \chi_y / \partial \zeta + (t/L) \partial \chi_\theta / \partial \eta \}$ である。

したがって、全ポテンシャルエネルギーを求め、これを最小化すれば、基礎方程式が導かれる。なお、相対する2辺が単純支持された場合には、固有関数の直交性により、各級数項ごとに固有値解析が行える。

3. 数値計算例及び考察 ここでは、円周方向に平行な2辺が単純支持された厚肉円筒パネルの振動特性に与える偏平角、シェル厚比や境界条件などの影響について検討を行う。Table 1には、円筒パネルの振動数パラメータ ($n^* = \omega t \sqrt{\rho/E}$) の収束性に与えるスプライン次数と帯板要素の分割数、 $M\theta$ の影響が示してある。

これより、帯板要素の分割数を増大させると、高次の振動数まで一様な収束状態が得られている。また、 s° ライン次数を高めると少ない分割数でも安定した収束値が得られている。Fig. 2は、周辺単純支持された円筒パネルの振動数パラメータ、 n^* に与える偏平角、 ϕ とシェル長比、 L/R の影響について示してある。ここで、シェル厚比、 $t/L=0.2$ 、偏平角 $\phi=15^{\circ}$ から 45° 、シェル長比、 $L/R=0.1$ から 0.5 と変化させている。比較のために、3次元弾性理論²⁾による解も示してある。これより、偏平角の変化に伴い、非常に異なった振動特性が示される。これは、偏平角が減少し、またシェル長比が増大すると、シェル厚比 t/B が増大するために、3次元弾性理論による解との差が見られるようになる。さらに、偏平角が増大し、シェル長比、 L/R が減少すると3次元弾性理論による解との差が見られるようになる。Fig. 3には周辺単純支持された円筒パネルの振動数パラメータ、 n^* に与えるシェル厚比、 t/L とシェル長比、 L/R の影響について示してある。ただし、偏平角、 $\phi=15^{\circ}$ 、シェル厚比、 $t/L=0.1$ から 0.4 、シェル長比、 $L/R=0.1$ から 0.5 と仮定している。これより、シェル厚比、 t/L の増大に伴い振動数も増大していくのがわかる。また、シェル厚比、 t/L 、シェル長比、 L/R の増大に伴いシェル厚比 t/B が増大するために3次元弾性理論による解との差が見られ、またシェル厚比、 t/L 、シェル長比が減少に伴い3次元弾性理論による解との差が見られるようになる。

4. あとがき 本研究では、高次の横せん断変形を考慮したDonnellの偏平シェル理論に基づくスプライン帯板法を用いて、円筒パネルの自由振動解析を行い、一次せん断変形シェル理論と3次元弾性理論との比較検討を行った。得られた結果をまとめると次のようになる。

- 1) シェル厚の増大に伴い高次せん断変形シェル理論と3次元弾性理論による値の差がみられ、高次せん断変形シェル理論の適用限界はシェル厚比で 0.4 以内であると言える。また、一次せん断変形シェル理論による解とはあまり差が見られなかった。
- 2) シェル長比の減少に伴い高次せん断変形シェル理論と3次元弾性理論による値の差がみられ、その適用限界が確認できた。
- 3) 円筒パネルの振動特性は偏平角やシェル厚比に大きく依存することが明らかになった。

参考文献1) J.N. Reddy, : Finite element modelling of layered, anisotropic plate and shells.

Areview of recent research. Shock Vib Dig. 14, 3-12, 1981. 2) 水澤富作、加藤年宏 : Spline Prism 法を用いた厚肉円筒パネルの振動解析について、構造工学論文集, 41A, 65-71, 1995

Table.1 周辺単純支持された円筒パネルの振動数パラメータ($n^*=\omega t\sqrt{\rho/E}$)の収束性に与える帯板要素の分割数およびスプライン次数の影響。
 $\phi=15^{\circ}$, $L/R=0.1$, $\nu=0.3$

t/L	$k-1$	$M \theta$	mode1	mode2	mode3	mode4	mode5
0.4	2	4	0.431876	0.562288	0.779273	0.787561	0.834466
		8	0.431828	0.558875	0.748609	0.779273	0.834384
		12	0.431825	0.558697	0.746959	0.779273	0.83438
	3	4	0.431824	0.558854	0.750649	0.779273	0.834381
		8	0.431823	0.558614	0.746304	0.779273	0.83438
		12	0.431823	0.558611	0.746233	0.779273	0.83438
0.1	2	4	0.034659	0.047943	0.08048	0.115995	0.127925
		8	0.034636	0.046505	0.067464	0.099201	0.115987
		12	0.034635	0.046429	0.066667	0.094933	0.115987
	3	4	0.034635	0.046543	0.070515	0.115987	0.127301
		8	0.034635	0.046411	0.066542	0.094628	0.115987
		12	0.034635	0.04641	0.066503	0.094193	0.115987
3-dimensional		*	0.034641	0.046428	0.066565	0.09419	0.115981

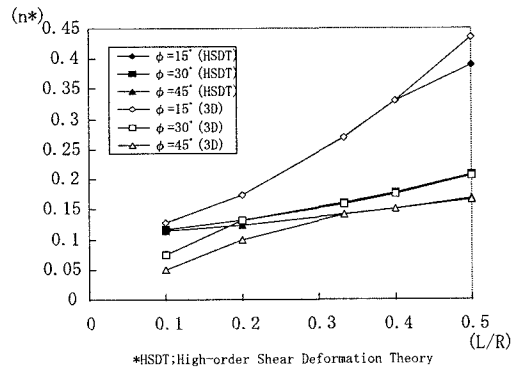


Fig.2 周辺単純支持された円筒パネルの振動数パラメータに与える偏平角(ϕ)、シェル長比(L/R)の影響。 $t/L=0.2$, $\nu=0.3$, $n^*=\omega t\sqrt{\rho/E}$

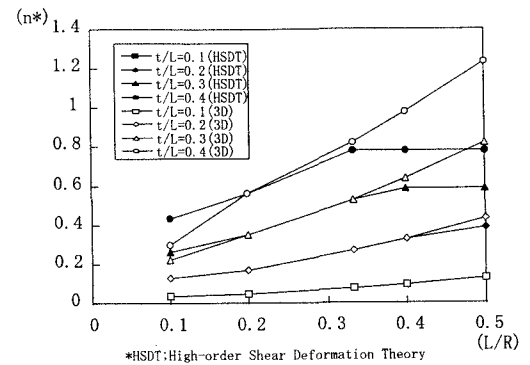


Fig.3 周辺単純支持された円筒パネルの振動数パラメータに与えるシェル厚比(t/L)、シェル長比(L/R)の影響。 $\phi=15^{\circ}$, $\nu=0.3$, $n^*=\omega t\sqrt{\rho/E}$