

I-A 53

軸圧円筒殻の非線形平衡状態における歪エネルギー変化

 穴吹工務店 正会員 竹下智正
 豊橋技術科学大学 正会員 山田聖志

1. 序

筆者ら¹⁾²⁾は、先に、軸圧円筒殻の線形座屈、RS座屈下限並びに非線形座屈解析を行ない、形状初期不整が座屈荷重及び座屈時の増分変位モード（座屈モード）に大きく影響する特性を定量的に解明してきた。本研究では、それら成果を発展させ、座屈前後の非線形平衡状態で、歪エネルギー成分がどのように変化するかを明らかにする。

2. 解析モデル

前報²⁾と全く同様、図1のような記号と座標系を定義する。今回は、形状係数 $Z=50, 100, 200$ に対して、図2のように初期不整振幅 $W^0=0.02\sim 1.80$ 、初期不整の周方向波数 $i^0=8\sim 18$ を解析対象とした。解析方法も前報²⁾と同様のリッツ法を採用している。

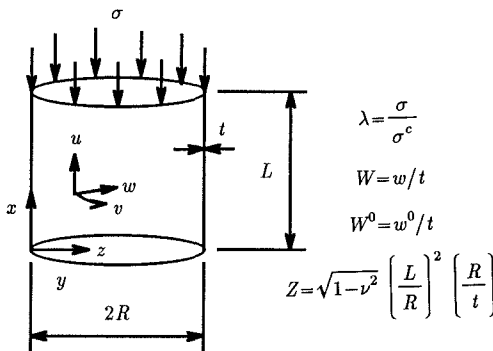


図1 円筒殻の形状

3. 増分歪エネルギー分析法

変位 (u^E, v^E, w^E) を有する平衡状態から、任意の微小撓乱（付加）変位 (u^d, v^d, w^d) を生じさせたとき、構造系の安定、不安定は、全ポテンシャルエネルギー v_i の第2変分 $\delta^2 v_i$ すなわち、2次の増分歪エネルギー v_{2i} によって判別される。その無次元化量を、

$$V_{2i} = \frac{R}{24\pi DL} v_{2i} \quad (1)$$

（但し、 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ は曲げ剛性、 E はヤング率）

と定義し、更に曲げ成分 U_{2b} 、線形面内成分 U_{2m} 、線

形化された面内成分 V_{2m} に分解する。

$$V_{2i} = U_{2b} + U_{2m} + V_{2m} \quad (2)$$

$$U_{2b} = \frac{R}{48\pi DL} \int_0^L \int_0^{2\pi R} (m_x' \kappa_x' + m_y' \kappa_y' + 2m_{xy}' \kappa_{xy}') dx dy \quad (3)$$

$$U_{2m} = \frac{R}{48\pi DL} \int_0^L \int_0^{2\pi R} (n_x' \epsilon_x' + n_y' \epsilon_y' + 2n_{xy}' \epsilon_{xy}' + n_x' \epsilon_x'' + n_y' \epsilon_y'' + 2n_{xy}' \epsilon_{xy}' + n_x' \epsilon_x' + n_y' \epsilon_y' + 2n_{xy}' \epsilon_{xy}') dx dy \quad (4)$$

$$V_{2m} = \frac{R}{48\pi DL} \int_0^L \int_0^{2\pi R} (n_x'' \epsilon_x'' + n_y'' \epsilon_y'' + 2n_{xy}'' \epsilon_{xy}'' + n_x' \epsilon_x' + n_y' \epsilon_y' + 2n_{xy}' \epsilon_{xy}') dx dy \quad (5)$$

ここで、 (m_x, m_y, m_{xy}) は曲げモーメント、 (n_x, n_y, n_{xy}) は面内応力、 $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$ は曲げ歪、 $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy})$ は面内歪である。尚、 $()'$ は付加変位に関する線形成分、 $()''$ は付加変位に関する2次の非線形成分を表している。

4. 結果と考察

図2～7に形状係数 $Z=100$ の典型的な例を示す。図2の各印(○, △, ...)は、初期不整の周方向波数 $i^0=i$ に対する本非線形解析値を示している。 j は軸方向の半波数を意味する。古典座屈荷重 λ^c を細実線、文献1)のRS値 λ^* を点線、 λ^{**} を太実線で示す。 λ^c では、最小値を与える i は無限に存在する。一方、 λ^* では、 $i \approx 14$ で最小値をとっている。本非線形解析では、 $i \approx 10$ で弾性座屈下限値をとっている。 $i \geq 12$ でその下限値は、 $\lambda^{**}(j=1)$ の値に近似している。

図3, 4に形状係数 $Z=100$ で、周方向波数 $i^0=12$ 、軸方向半波数 $j^0=1$ の形状初期不整に対する結果を示す。図3は、図4に示す荷重変位曲線の各座屈点○(A, B, C, ...)における周方向波数 $i=12$ なる非軸対称増分変位成分について、 $y=0$ の x 軸上の分布を示したものである。

図4のケースA～DとE～Iの場合とで、座屈後平衡

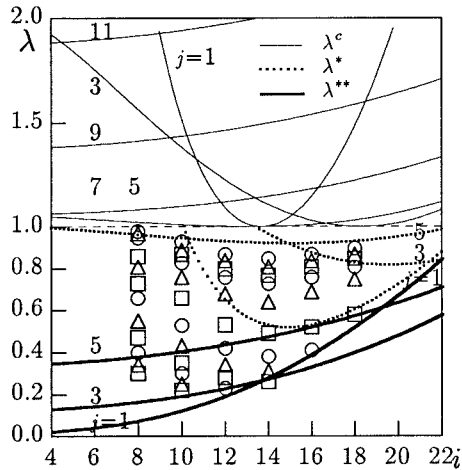
曲線が異なる経路を辿っていることが明らかである。
 図3の座屈時増分変位モードも、A～Dでは $j=5$ の成分が卓越し、E～Iでは、 $j=1$ の成分が卓越している。

図5,6は、図4に対応した増分歪エネルギー(式(2)～(5))の変化を示す。 V_{2t} 、 $U_{2m}+V_{2m}$ は、載荷と共に急激に減少し、 V_{2t} は座屈点でゼロとなっている。 U_{2b} は全体的に一樣ではあるが、 W^0 の比較的小さい場合の座屈前では、一時的に増加している。

図7の V_{2m}^{Fy} は、古典座屈条件式で正の値の大きな成分(安定化に最も寄与している成分)であるが、本非線形解析での座屈荷重点の V_{2m}^{Fy} は、 W^0 を大きくするに伴い急激に減少し、ケースIでの値は線形座屈解析での $V_{2m}^{Fy}(j=1)$ に比して22%である。

5. 結論

本研究では、初期不整が軸圧円筒殻の増分歪エネルギー変化に及ぼす影響を明らかにした。 V_{2t} は座屈前に急激に低下すること、 U_{2b} は座屈前後とも同じレベルであること、座屈点での V_{2m}^{Fy} の低下は座屈荷重の低下と良い対応関係にあることが確認できた。



- A : $W^0 = 0.02$ △ E : $W^0 = 0.40$ □ I : $W^0 = 1.20$
 △ B : $W^0 = 0.05$ □ F : $W^0 = 0.60$ ○ J : $W^0 = 1.40$
 □ C : $W^0 = 0.10$ ○ G : $W^0 = 0.80$ △ K : $W^0 = 1.60$
 ○ D : $W^0 = 0.20$ △ H : $W^0 = 1.00$ □ L : $W^0 = 1.80$

図2 座屈荷重スペクトル曲線

($Z=100$, $L/R=0.509$, $R/t=405$)

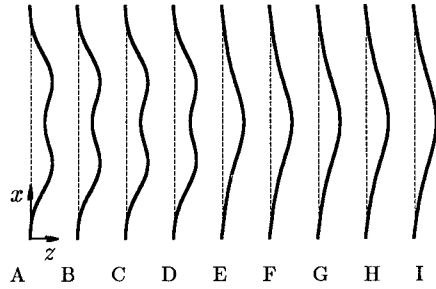


図3 座屈時増分変位モード ($y=0$, $i=12$)

($Z=100$, $L/R=0.509$, $R/t=405$)

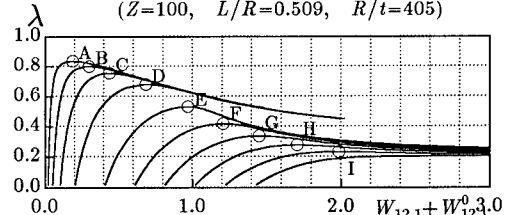


図4 荷重-変位曲線

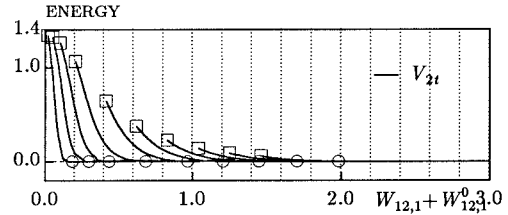


図5 増分歪エネルギー V_{2t}

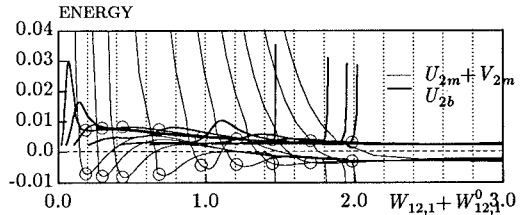


図6 曲げ U_{2b} と面内 $U_{2m}+V_{2m}$ の増分歪エネルギー

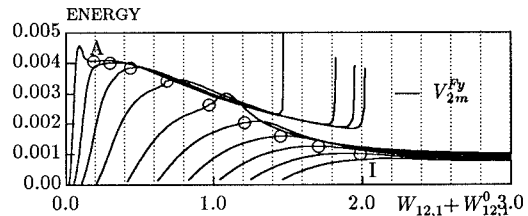


図7 線形座屈条件式での周方向面内増分歪エネルギー V_{2m}^{Fy}

参考文献

- 1) 山田聖志, 佐々木政幸: 軸圧縮力を受ける円筒殻のRS解析, 土木学会第49回年次学術講演会論文集, 第1部(A), pp.8-9, 1994
- 2) 山田聖志, 竹下智正: 初期不整を考慮した軸圧円筒殻の非線形解析, 土木学会第50回年次学術講演会論文集, 第1部(A), pp.182-183, 1995