

I-A 41

面内力を受ける弾性基礎上平板の座屈強度
および後座屈挙動

日本道路公団	正 員	香川 仁志
東北大学工学部	正 員	中沢 正利
東北大学工学部	正 員	岩熊 哲夫

1. まえがき

液体貯蔵タンクの底板や側壁、パイプライン、鋼・コンクリート合成柱橋脚の平板部分等は、弾性基礎に支持される殻としてモデル化すると、簡便で合理的な構造解析をすることができる。しかし弾性基礎上平板モデルに対する従来の研究の多くは、主に面外荷重による板のたわみに関するもので、地震時等に平板が面内力を受けたときの座屈や後座屈挙動にまで言及した研究は皆無と言ってよい。そこで本研究では、たわみのみに比例した反力をもつ Winkler 型基礎として、線形弾性基礎と Hunt¹⁾と同様の非線形弾性基礎の二つの基礎を仮定し、それぞれの基礎に支持された矩形板の座屈特性および後座屈挙動を明らかにすることを目的とする。

2. モデルと解析方法

本研究において弾性基礎の反力特性は、地盤やコンクリートの板に対する拘束の度合を反映させるために、板が基礎にめり込むときには固く、離れていくときにはやわらかくなるように設定するのが自然である。これは矢板が打ち込まれる際の受働土圧、主働土圧状態をも表している。すなわち弾性基礎の反力を

$$q(x, y) = -(kw + cw^2) \dots\dots\dots (1)$$

と仮定した。ここで k, c はそれぞれ弾性基礎の線形ばね係数、非線形ばね係数である。

解析対象モデルは面内一方向に一樣な圧縮力が作用している四辺単純支持の弾性基礎上矩形板である。弾性基礎としては線形のばね係数 k のみを考慮したいわゆる線形弾性基礎と非線形のばね係数をもつ非線形弾性基礎の二つを考え、これらを図-1に示す。本解析では基礎式として大たわみに関する von Kármán の式に式 (1) の弾性基礎の反力項を面外横荷重項として付加したものを採用し、四辺単純支持条件を満足する面外たわみ $w(x, y)$ を

$$w(x, y) = t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \dots\dots\dots (2)$$

と仮定する。ここで、 t は矩形板の板厚であり、 a, b は x, y 方向の辺長を表す。 m, n は x, y 方向への正弦波の半波数を表し、 b_{mn} はこれら二重正弦級数の各々のモードに対応した付加たわみ量の重み係数で未知量である。これらの式と荷重条件を考慮した応力関数を与えてガラーキン法を適用した。

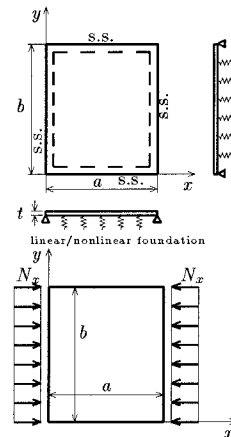


図-1 弾性基礎上矩形板モデルの境界条件

3. 解析結果

線形ばね係数を $k=0.1$ と固定したときの弾性基礎上矩形板の後座屈挙動解析の結果を図-2, 3に示す。図-2は $c=0.0$ の線形弾性基礎の後座屈挙動のつりあい径路を表わし、図-3は非線形ばね係数 c によるつりあい曲線の変化の様子を表わす。本解析において、係数 b_{mn} は x, y 方向ともに6次モードまでを仮定し、縦横比、幅厚比はそれぞれ $\alpha=1.0, \beta=200$ である。横軸には w/t (w は $x=0.35a, y=0.30b$ における面外たわみ)、縦軸には $\lambda=b^2 N_x / 6D$ (N_x は単位長さあたりの圧縮力、 D は板の曲げ剛性) という無次元量を示した。図の実線は安定なつりあい径路、破線は不安定なつりあい径路を表している。また (●) で示す点は分岐点、(◇) は単に変形モードを表わす代表点を示している。

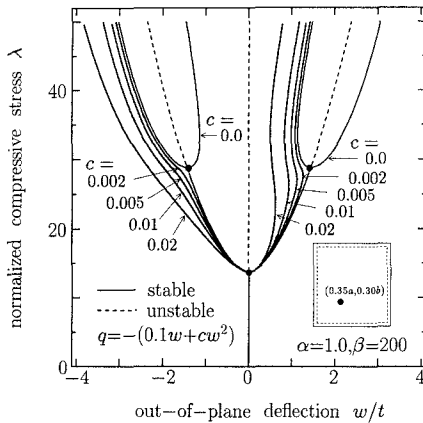


図-2 線形弾性基礎上板の後座屈つりあい径路

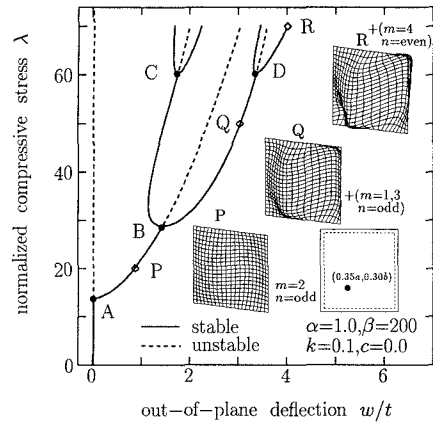


図-3 非線形項を変化させたときのつりあい径路

図-2に示すつりあい径路は図-3の $c=0.0$ のケースと同じもので、基礎の反力が板の表裏で対称性をもつことにより $w/t=0$ 対して対称な解を持つため、半分のみを示した。板は $\lambda=13$ で初期座屈を起こし $m=2, n=\text{odd}$ のモードで変形し二次座屈に至る。二次座屈後は $m=1,3, n=\text{odd}$ のモードが新たに成長し、さらに分岐すると $m=4, n=\text{even}$ のモードがまた新たに成長する。こうして板は分岐するごとに対称性を失うことがモード図からも確認できる。また図-3において基礎の反力の非線形項は板が基礎にめり込むことを妨げるので、つりあい径路はよりたわみやすい方へ偏っている。そして $c \neq 0$ の二次分岐点付近に注目すると、非線形項がつりあい径路に対して初期たわみのような影響を与えていることがわかる。

また線形ばね係数 k が線形弾性基礎上平板の二次座屈荷重に与える影響を図-4に示した。初期座屈荷重を実線で示し、二次座屈荷重を実丸(●)でプロットしている。二次座屈荷重は、初期座屈モードが $m=1$ から $m=2$ に変わるまでは、 k が増加するに従って低下し $k=0.035$ の遷移点に至り、さらに k が増加すると今度は増加に転じている。このような現象は文献²⁾にある等曲げを受ける両端固定、両端単純支持の矩形板の縦横比 α と二次座屈モーメント M/D の関係においても見ることができる。これは二次座屈が分岐座屈である場合の特有のものと考えられ、パラメータ α と k の間に一種のアナロジーがあると考えられる。

4. まとめ

面内一軸一様圧縮を受ける弾性基礎上の矩形板の後座屈挙動を解明し、ばね定数と座屈強度の関係、非線形ばねの後座屈挙動に対する影響に関して新しい知見を得た。

参考文献

- 1) G.W.Hunt and J.M.Thompson : Structural localization phenomena and the dynamical phase-space analogy, *Proc.R.Soc.London.*, Vol.A 425, pp.245-267, 1989.
- 2) M.Nakazawa, T.Iwakuma, S.Kuranishi and M.Hidaka : Instability phenomena of a rectangular elastic plate under bending and shear, *Int.J.Solids Structures*, Vol.30, No.20, pp.2729-2741, 1993.

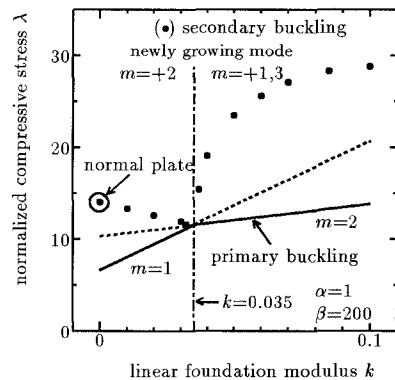


図-4 線形弾性基礎上板の二次座屈荷重の評価