

I-A 30

骨組構造の有効座屈長に関する一提案

日本橋梁(株)鉄塔本部 正会員 中野 智文・法政大学工学部 正会員 阿井 正博
埼玉大学大学院政策科学研究科 正会員 西野 文雄

1. はじめに -. 構造全体系の座屈固有値解析結果において、その圧縮軸力より部材の有効座屈長を逆算して求める方法[1]は、実務上の使用性は高いが、基本的な矛盾点も含んでいる。その顕著な指摘[2-4]は、変断面部材の有効長が逆に評価される、あるいは小さい軸圧縮部材の有効長が極端に長く評価される、などであり、これまで種々の修正法が提案されている。

2. 全体座屈時の部材の安定性 -. 初期状態からある特定の方向に载荷 $\{P_N\} = \rho\{P_N^*\}$ した場合、座屈前の変形が十分小さく、ほぼ軸力のみが生じるような骨組構造を線形化有限変位理論の上で考える。あるつり合い状態 ρ^S において特定の節点変位モード $\{X_N^S\}$ に対して、節点力が生じない状態が、構造の座屈状態であり

$$\left([K_{ON}] + \rho^S [K_{GN}^*] \right) \{X_N^S\} = \{0\} \quad (1)$$

の固有値問題を解いて決定することができる。ここに、 $[K_{ON}]$ は初期剛性マトリックス、 $[K_{GN}^*]$ は、荷重パラメータ ρ 当たりの幾何剛性マトリックスを表す。座屈状態とは、その時点での剛性マトリックス $[K_N^S] = [K_{ON}] + \rho^S [K_{GN}^*]$ が半正定値、すなわち座屈モード $\{X_N^S\}$ 方向への2次仕事为零：

$$\{X_N^S\}^T [K_N^S] \{X_N^S\} = 0 \quad (2)$$

となる状態ともいえる。

このとき、構造の全体剛性 $[K_N]$ は、各要素の剛性マトリックス $[k]_{(e)}$ を全節点自由度の上で重ね合わせて得られる関係にあり、式(2)の2次仕事は、全体座屈モード $\{X_N^S\}$ によって決まる各要素の節点変位モード $\{X^S\}_{(e)}$ と要素剛性 $[k^S]_{(e)}$ の間の2次形式：

$$I_{(e)} = \{X^S\}_{(e)}^T [k^S]_{(e)} \{X^S\}_{(e)} \quad (3)$$

の総和として表すことができる。座屈モード $\{X_N^S\}$ 方向に構造全体は中立状態にあるが、式(3)の各部材の2次仕事は一般に正、負の値を持ちながら構造中に分布しており、その物理的意味より

$I_{(e)} > 0$ の部材：全体モード $\{X_N^S\}$ に含まれるその $\{X^S\}_{(e)}$ の変位/変形は安定であり、全体座屈を弾性拘束するように作用している。

$I_{(e)} < 0$ の部材：その $\{X^S\}_{(e)}$ の変位/変形は不安定であり、全体座屈を促進させるように作用している。

ということができる。

3. 変位モードに対する部材の有効座屈長 -. 全体座屈時での実際の軸力 $N_{(e)}^S$ を用いた各部材の2次仕事(3)は、一般に零値ではなく、前述したような安定/不安定状態にある。ここで、この $N_{(e)}^S$ ではなく、モード $\{X^S\}_{(e)}$ でその部材が座屈する軸力 $N_{(e)}^C$ を別に考えることができる。すなわち、

$$\{X^S\}_{(e)}^T \left([k_O] + N^C [k_G] \right)_{(e)} \{X^S\}_{(e)} = 0 \quad (4)$$

が、その座屈条件であり、これより

$$N_{(e)}^C = - \frac{\{X^S\}_{(e)}^T [k_O]_{(e)} \{X^S\}_{(e)}}{\{X^S\}_{(e)}^T [k_G]_{(e)} \{X^S\}_{(e)}} \quad (5)$$

としてその軸力が得られる。ここに、 $[k_G]_{(e)}$ は、単位の圧縮軸力あたりの要素幾何剛性マトリックスを表す。 $N_{(e)}^S$ を、この $N_{(e)}^C$ と比較することにより、前述の $I_{(e)} > 0$ 、 $I_{(e)} < 0$ の場合を、 $N_{(e)}^S < N_{(e)}^C$ 、 $N_{(e)}^S > N_{(e)}^C$ の場合として言い換えることができる。

部材の座屈軸力とは、 $N_{(e)}^S$ ではなく、むしろ $N_{(e)}^C$ であり、それに対して有効座屈長

$$l_{eff.(e)} = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{(e)}^C}} \quad (6)$$

を定義することができる。この $l_{eff.}$ と全体座屈時での実際の $N_{(e)}^S$ を Euler 座屈曲線に対比させれば、各要素は引張部材、安定圧縮部材、および不安定圧縮部材に区分することができる。

4. 変形モードに対する部材の有効座屈長 -. 例えば、 $EI = \infty$ の剛要素が含まれた全体座屈では、その部材が圧縮を受けて剛体回転すれば、 $I_{(e)} < 0$ となりそのこと自体不安定であるが、その部材自身の変形座屈は考えられない。

剛体回転に対する軸力幾何剛性成分は

$$[k_G^R]_{(e)} = -\frac{N}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

と表されるが（ l は部材長さ）、先の $[k_G]_{(e)}$ よりこの $[k_G^R]_{(e)}$ を差し引いた $[k_G^D]_{(e)} = [k_G]_{(e)} - [k_G^R]_{(e)}$ は、全体変位 $\{X^S\}_{(e)}$ より剛体変位成分を除いた図1に示す単純支持の上での変形に対する幾何剛性成分となる。式(4)、(5)において、 $[k_G]_{(e)}$ に代えてこの $[k_G^D]_{(e)}$ を用いれば、図1の意味での部材自身の変形の座屈軸力 $N_{(e)}^D$ を決めることができる。

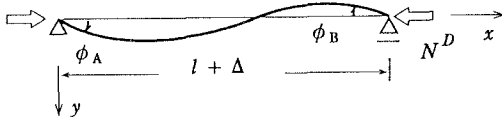


図1: 部材の変形座屈

5. 数値計算例 -. 誤差の改善のために、[5]による数値解析を行った。図2に示す $EA = 45,990.$ 、 $EI = 281,400.$ 、降伏応力 $\sigma_Y = 2.4$ (tonf, cm)のラーメンにおいて、節点1, 3: 2に1: 10で鉛直荷重をかける時、 $\{P_1, P_2, P_3\} = \{1.38, 13.77, 1.38\}$ tonfで座屈が生じる。要素毎の座屈軸力 $N_{(e)}^C$ を前述のように求めて、その有効長係数 K 、細長比パラメータ $\bar{\lambda}$ を計算した(表1, 図3)。

表1: 実軸力 N^S 、および座屈軸力 N^C と細長比 $\bar{\lambda}$

No.	N^S	N^C	K	$\bar{\lambda}$
(1)(2)	0.00	36.80	0.550	1.195
(3)(4)	0.00	46.09	0.491	1.068
(5)(6)	0.00	44.63	0.499	1.085
(7)(9)	1.38	1.70	2.557	5.563
(8)	13.75	6.05	1.355	2.948
(10)(12)	1.39	1.82	2.468	5.368
(11)	13.74	5.33	1.443	3.139
(13)(15)	1.39	3.15	1.878	4.086
(14)	13.74	5.85	1.378	2.996

6. まとめ -. 5.の結果では、安定圧縮部材において有効長が極端に評価されることはない。変断面部材においても、妥当な結果が得られた。また、4.の変形座屈は、いわゆる局部座屈に対応させること

ができると考えられる。

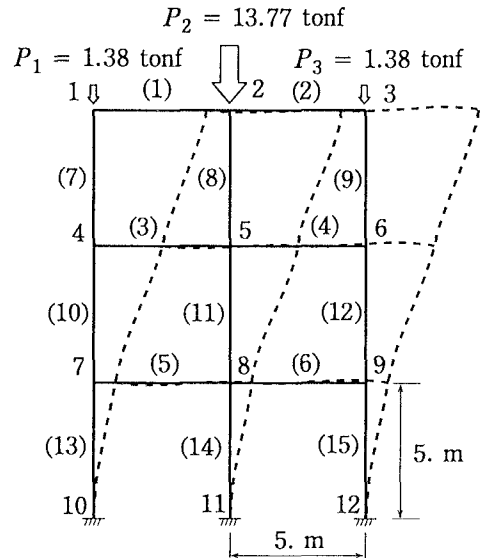


図2: 全体座屈形状

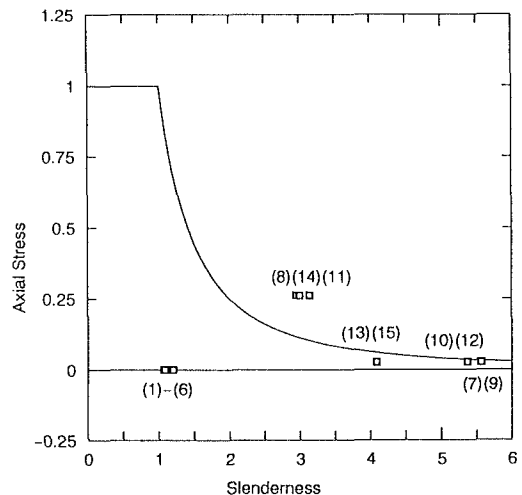


図3: Euler座屈曲線に対する部材状態

<参考文献> 1) 西野・三木・鈴木, 橋梁と基礎, pp.82-85, 1981. 10.; 2) 宇佐見, SGST 拡大研究論文集, No.1, pp.107-120, 1992. 11.; 3) 倉方・西野・長谷川, 橋梁と基礎, pp.19-27, 1992. 2, および pp.41-46, 1992. 3.; 4) 野上・山本, 土木学会論文集, No.489/I-27, pp.157-166, 1994. 4.; 5) 阿井・西野, 土木学会論文報告集, No.304, pp.17-32, 1980. 12.