

I-A 24

3 軸応力下の棒の有限要素座屈解析について

広島大学 正員 藤井 堅
川田工業（株） 正員 田坂 裕一

1. まえがき

三軸応力下にある弾性棒の分岐座屈問題を、立体要素を用いて有限要素解析した結果、「静水圧下で棒の座屈が起こる」という非常に奇妙な結果を得た。この現象を確かめるために、ウレタンゴム円柱棒を用いて側圧と軸圧縮力を同時に受ける座屈実験を行った。本報告は、これらの解析および実験結果を紹介し、三次元座屈問題における有限要素解析の問題提起を行う。

2. 立体要素による棒の有限要素座屈解析

Eulerの座屈を支配する仮想仕事式は次式で与えられる¹⁾。

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv + \int_V \sigma_{ij}^{(0)} \frac{1}{2} \delta(u_{k,i} u_{k,j}) dv = 0.$$

ここに、 u_i は変位増分、 σ_{ij} 、 $\sigma_{ij}^{(0)}$ は、それぞれ応力増分

および座屈応力、 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$ である。

20 節点アイソパラメトリック 2 次要素を用いて、両端ピンの円柱棒に関して上式を解き、得られた座屈応力および座屈変形モードの一例を Table 1 に示す。なお、解析した棒は Table 2 の供試体 I である。また側圧の軸圧縮座屈応力への影響度を Fig.1, Fig.2 に示す。なお、これらの図では圧縮を正としている。有限

要素法による三次元座屈解析結果からは、次のことがいえる。①側圧だけの状態で棒が正弦半波モードで座屈し、その座屈応力は軸圧縮応力の場合のそれと等しい。②側圧が大きくなるにつれて座屈時の軸圧縮応力は小さくなる。③軸圧と側圧の相互作用曲線は、

$$\frac{\sigma_z^{cr}}{\sigma_z^{cr0}} + \frac{\sigma_r^{cr}}{\sigma_r^{cr0}} = 1 \quad \text{で近似できる。} \quad \text{④座屈変形様式は、}$$

Table 1 のような正弦半波形である。⑤ Fig.2 で、図中点 m、すなわち、 $\sigma_z = \sigma_r$ (等方圧縮応力状態) の場

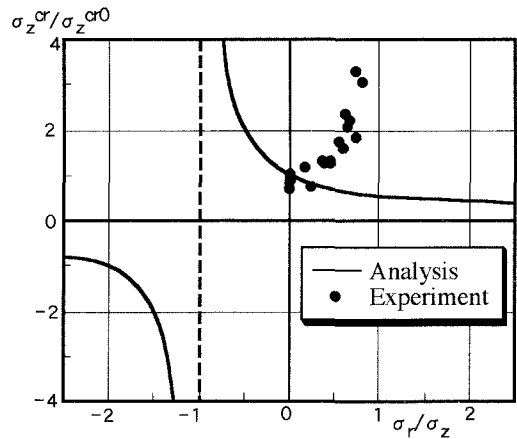


Fig.1 Comparison of buckling stress between analysis and test

Table 1 Buckling stresses and modes under several stress state

Stress state	Buckling stress	Buckling mode
	188.3 (KPa)	
	190.2 (KPa)	
	95.0 (KPa)	

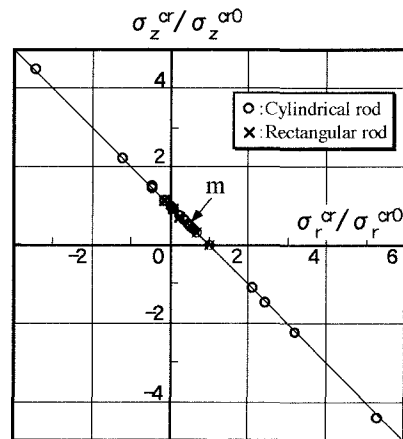


Fig.2 Interaction of buckling stresses between axial stress and lateral pressure

合、 $\sigma_z = \sigma_r = \sigma_z^{cr0}/2$ となるとときに分岐座屈が起こる。

解析結果は、等方圧縮で座屈するというを示すが、これは、棒を深海に沈めるだけで座屈することになる。

3. 三軸応力下の棒の座屈実験

実験装置は三軸圧密試験機を使用した。供試体は、直径1cmの円形断面ウレタンゴム棒である。圧力室内を水で満たし、コンプレッサーで室内圧力を所定値まで上昇させた後、座屈するまで軸圧縮力を漸増させた（第1回目）。目視観察により横たわみが発生した時点で載荷を中止し、徐荷後さらに別の室内圧に設定して同様の実験を繰り返して行った（第2～5回目）。各供試体の実測寸法、材料特性をTable 2に示す。

Fig.3に、軸応力-軸方向変位曲線を示す。なお、水圧を作用させたときの軸方向変位は無視している。①水圧を作用させたとき、棒の横たわみは発生しないことを目視により確認した。水圧作用後軸圧縮力を増加させると、軸縮みにより軸方向変位が増加するが、ある荷重に達すると、横たわみの発生（曲げ座屈）により軸方向変位が急増する。②水圧を作用させた後の軸圧縮応力と軸方向変位曲線は、水圧のない曲線を水圧分だけ平行移動した曲線に近いことがわかる。そこで、軸応力から水圧を差し引いた偏差応力を縦軸に採り軸方向変位を表せば、Fig.4を得る。図中、矢印は座屈点を示す。③側圧と軸力を同時に受ける棒の座屈は、軸応力から水圧を差し引いた偏差応力により支配されるように見える。この現象は、先に示した解析結果とは全く異なる。

実験で得られた側圧の影響度を、Fig.1に示す。図から、④解析結果と実験結果は全く異なり、実験結果は側圧が作用すると座屈応力が增加することを示している。

4. あとがき

以上、三次元有限要素座屈解析結果と実験結果から両者の矛盾を示し、有限要素法による三次元座屈解析の再検討を提起した。本研究では、理論面からの検討は十分に成し得ておらず、また、実験材料、実験方法にも改善すべき点がある。今後さらに検討したい。

参考文献

- 1) 川井忠彦：座屈問題解析（コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-6-B）、培風館、1974。

Table 2 Dimension and Material Property

No.	D (cm)	L (cm)	E_t (MPa)
I	1.013	13.25	56.4
II	1.012	13.12	
III	1.010	8.20	
IV	1.009	8.26	

D: Diameter L: Effective length of rod

E_t : Initial tangential Modulus

σ : Tensile stress (MPa) ϵ : Axial strain

$\sigma = -422.7\epsilon^3 - 308.8\epsilon^2 + 56.4\epsilon$

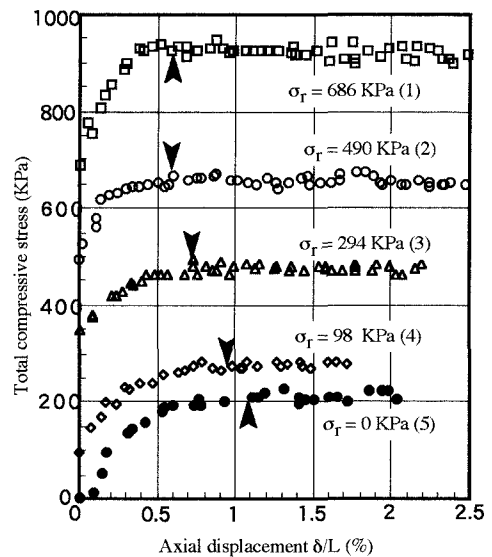


Fig.3 Load vs axial displacement relation (Specimen II)

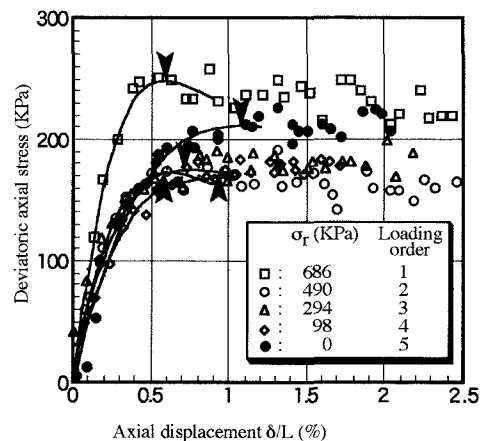


Fig.4 Deviatoric stress vs axial displacement relation (Specimen II)