

I-A 1

圧縮と曲げを受ける鋼箱形短柱の終局強度

日本技術開発（株）正会員 今西 修久

関西大学工学部 正会員 堂垣 正博

1. まえがき 箱形やH形断面の部材を構成する板パネルの局部連成座屈は、部材の変形能や全体座屈強度の低下を招く。とくに、繰返し曲げを受けるような場合には、部材を構成する板パネルの局部連成挙動を精度よく求め、部材の全体挙動に及ぼす影響を明らかにする必要がある。ここでは、圧縮と曲げが作用する鋼箱形短柱の弾塑性有限変位解析を差分法で行い、その局部連成挙動と終局強度特性を調べる。

2. 基礎式 Fig.1に示す幅 b_f 、厚さ t_f のフランジと幅 b_w 、厚さ t_w の腹板からなる長さ a の無補剛箱形短柱に圧縮と曲げが作用する場合のフランジと腹板の局部連成挙動を明らかにするため、つぎの仮定を設ける。1) Kirchhoff-Loveの仮定。2) 部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。3) 降伏はvon Misesの等価応力に従う。

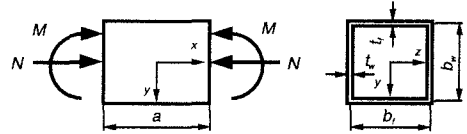


Fig.1 圧縮と曲げを受ける鋼箱形短柱

(1) つり合い式 フランジと腹板における弾塑性状態での面内と面外の力のつり合い式は

$$\begin{aligned} N_{x,x}^e + N_{xz}^e - (N_{x,p}^p + N_{xz}^p) &= 0, & N_{xz,x}^e + N_{z,z}^e - (N_{xz,p}^p + N_{z,z}^p) &= 0, \\ M_{x,xx}^e + 2M_{xz,xy}^e + M_{z,zz}^e + N_{x,xx}^e \bar{v} + 2N_{xz,xy}^e \bar{v} + N_{z,zz}^e \bar{v} - (M_{x,xx}^p + 2M_{xz,xy}^p + M_{z,zz}^p + N_{x,xx}^p \bar{v} + 2N_{xz,xy}^p \bar{v} + N_{z,zz}^p \bar{v}) &= 0 \quad (1) \\ N_{x,x}^e + N_{xy,y}^e - (N_{x,p}^p + N_{xy,y}^p) &= 0, & N_{xy,x}^e + N_{y,y}^e - (N_{xy,p}^p + N_{y,y}^p) &= 0, \\ M_{x,xx}^e + 2M_{xy,xy}^e + M_{y,yy}^e + N_{x,xx}^e \bar{w} + 2N_{xy,xy}^e \bar{w} + N_{y,yy}^e \bar{w} - (M_{x,xx}^p + 2M_{xy,xy}^p + M_{y,yy}^p + N_{x,xx}^p \bar{w} + 2N_{xy,xy}^p \bar{w} + N_{y,yy}^p \bar{w}) &= 0 \quad (2) \end{aligned}$$

のように得られる。ここに $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ はフランジと腹板の全たわみで、初期たわみ v_0 、 w_0 と荷重によるたわみ v 、 w の和である。また、 N_x はフランジと腹板の x 方向膜力、 N_z 、 N_y はフランジの z および腹板の y 方向の膜力、 N_{xz} 、 N_{xy} はフランジと腹板の膜せん断力、 M_x はフランジと腹板の x 方向曲げモーメント、 M_z 、 M_y はフランジの z および腹板の y 方向の曲げモーメント、 M_{xz} 、 M_{xy} はフランジと腹板のねじりモーメントで、いずれも単位幅あたりの断面力である。上添字 e と p は弾塑性状態の箱形短柱を全断面弾性として得られるフランジと腹板の断面力と、弾塑性状態の真の断面力を求めるための仮定の断面力を示す。仮想断面力は、弾性応力によるvon Misesの等価応力値が降伏点応力を越える場合、その超過量に対応する x 、 y 、 z 方向の直応力とせん断応力を板厚方向に集めて得られる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件 両端が単純支持された箱形短柱において、そのフランジ部での境界条件は

$$u = -u_0 \mp (b_w/2)\phi, \quad N_{xz}^e - N_{xz}^p = 0, \quad \bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(w)}, \quad \bar{v}_{(f),xx} - v_{0(f),xx} = 0 \quad (3)$$

また、腹板部での境界条件は

$$u = -u_0 + \phi, \quad N_{xy}^e - N_{xy}^p = 0, \quad \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = w_{(f,u)}(b_w/2 - y)/b_w + w_{(f,l)}(b_w/2 + y)/b_w, \quad \bar{w}_{(w),xx} - w_{0(w),xx} = 0 \quad (4)$$

で与えられる。ここに、 u_0 は箱形短柱の図心における部材軸方向の圧縮変位、 ϕ は正の曲げモーメントに対応する中立面まわりの断面回転角である。また、下添字 (f) 、 (w) はフランジと腹板を、 (f,u) 、 (f,l) は上下のフランジをそれぞれ表す。なお、式中の複号は上フランジと下フランジに適用される。

圧縮と曲げが同時に作用する箱形短柱を圧縮力 N と曲げモーメント M の作用する割合を一定に保ちながら解析するので、式(3)と(4)の第1式のほかに、荷重の組合せの条件を考える必要がある。すなわち、曲げよりも圧縮の作用が卓越する場合には、

$$\Psi_N \left| \int \sigma_x dA \right| / N_p - \Psi_M \int \sigma_x y dA / M_p = 0, \quad (0 \leq \Psi_N \leq 1, \quad \Psi_M = 1) \quad (5)$$

一方、圧縮よりも曲げの作用が卓越する場合には、

$$\Psi_N \left| \int \sigma_x dA \right| / N_p - \Psi_M \int \sigma_x y dA / M_p = 0, \quad (\Psi_N = 1, \quad 0 \leq \Psi_M \leq 1) \quad (6)$$

である。ここに σ_x は x 方向の膜応力、 N_p 、 M_p はそれぞれ箱形短柱の全塑性の軸力とモーメントである。

(3) 連続条件 フランジと腹板の接合部において、それらの変位とたわみ角が連続することから

$$u(f) = u(w), \quad \bar{v}(f) - v_0(f) = -v(w), \quad w(f) = \bar{w}(w) - W_0(w), \quad \bar{v}(f)_{,z} - v_0(f)_{,z} = \bar{w}(w)_{,y} - W_0(w)_{,y} \quad (7)$$

が得られる。また、フランジと腹板の膜せん断力 N_x 、 N_y 、フランジの反力 $\bar{Q}_x$ と腹板の y 方向膜力 N_y 、フランジの z 方向膜力 N_z と腹板の反力 $\bar{Q}_y$ 、および x 軸まわりのモーメント M_x 、 M_y の4種類のつり合いから、

$$N_{x(f)} - N_{x(w)} = \pm(N_{y(w)} - N_{y(w)}^p), \quad M_{x(f)} + 2M_{x(f),y} - (M_{z(f)}^p + 2M_{x(f),y}^p) = \mp(N_{y(w)} - N_{y(w)}^p), \\ N_{z(f)} - N_{z(w)} = \pm\{M_{y(w)} + 2M_{y(w),x} - (M_{y(w)}^p + 2M_{y(w),x}^p)\}, \quad M_{z(f)} - M_{z(w)} = \pm(M_{y(w)} - M_{y(w)}^p) \quad (8)$$

を得る。ただし複号のうち、上段は上フランジと腹板の、下段は下フランジと腹板の接合部に適用される。

3. 数値解析法 つり合い式(1)、(2)と境界・連続条件式(3)-(8)に断面力と変位の関係を代入し変位表示する。これらは複雑な連立の非線形偏微分方程式であり、厳密な解を導くことは極めて難しい。そこで、諸式に差分法を適用し、多元連立の非線形代数方程式に変換後、それらを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解くことにする。なお、解析結果が広範な箱形短柱に適用できるように、諸式を無次元化した。

4. 数値解析結果とその考察 広範なパラメトリック解析の前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の精度との関係を調べ、フランジと腹板を部材軸・部材軸直角方向に14分割、板厚方向に10分割すれば、精度のよい解の得られることがわかった。ただし、正方形断面 $b_w/b_f=1$ で、腹板の縦横比が $a/b_w=1$ の箱形短柱を解析した。また、フランジと腹板の初期たわみは部材軸・部材軸直角方向にともに正弦半波とし、残留応力は台形分布とした。なお、降伏点応力 $\sigma_p=235\text{MN/m}^2$ 、ヤング率 $E=206\text{GN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。

(1) 圧縮を受ける場合 実測の初期不整を参考に、そのほぼ平均値[初期たわみ $v_0=b_f/300$ 、 $w_0=b_w/300$ 、圧縮残留応力 $\sigma_{rc}=-0.1\sigma_p$]と下限値相当の強度を与えると思われる値[初期たわみ $v_0=b_f/150$ 、 $w_0=b_w/150$ 、圧縮残留応力 $\sigma_{rc}=-0.1\sigma_p$]を仮定した場合、箱形短柱の終局圧縮強度曲線はFig.2のようになる。図中、小松・北田¹⁾、西村ら²⁾、久保・小川³⁾の終局強度曲線および実験値(□印)も示す。平均値相当の強度を与える太い実線の本解は実験値のほぼ平均にあたる。また、下限値相当の強度を与える太い破線の本解は小松・北田¹⁾の単一板の終局強度曲線(細い破線)より若干高めになる。

(2) 曲げを受ける場合 曲げを受ける箱形短柱の終局強度曲線はFig.3で与えられる。ただし、初期不整は圧縮の場合と同じである。図中、中井ら⁴⁾、久保・小川⁵⁾、北田ら⁶⁾の終局強度曲線も示す。図から本解は妥当な強度曲線を与えているように思われる。

(3) 組合せ荷重を受ける場合 種々の幅厚比に対する終局強度相関曲線はFig.4のようである。図中、線形強度相関式も示す。線形相関式は終局強度相関を表すのに簡便で妥当なようである。

参考文献 1) 小松・北田：土木学会論文集，第270号，2) 西村・小松・西出・西村：構造工学論文集，Vol.33A，3) 久保・小川：構造工学論文集，Vol.37A，4) 中井・村山・北田・高田：構造工学論文集，Vol.36A，5) 久保・小川：構造工学論文集，Vol.37A，6) 北田・中井・國廣・岸田：構造工学論文集，Vol.37A。

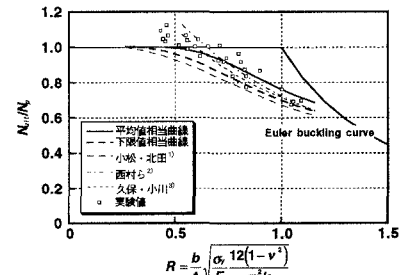


Fig.2 圧縮を受ける箱形短柱の終局強度

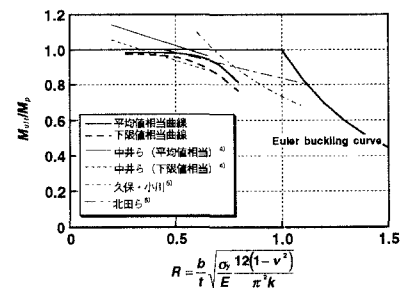


Fig.3 曲げを受ける箱形短柱の終局強度

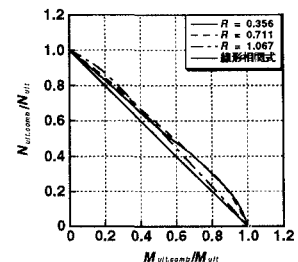


Fig.4 箱形短柱の終局強度相関関係