土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

CS－67

浅水長波流れへの確率有限要素法の適用

日本工営　正会員　櫻庭雅明
住宅都市整備公団　正会員　本間史祥
中央大学　正会員　樫山和男

1．はじめに

従来の流れの数値解析において、自然現象を表現するための入力パラメータは不確定変動がないものと見なされ、確定論的に解析が行われてきた。しかしながら、入力パラメータには多くの不確定性が含まれ、その不確定性に起因した現象の変動量を評価することは工学的に重要であると考えられる。

本報告は、浅水長波の流れ問題に対して不確定変動を考慮した有限要素法を適用し、入力パラメータであるマニングの粗度係数に不確定変動を考慮した場合の計算結果の考察について述べたものである。

2．計算手法の概要

本研究における、計算手法の概要は以下に示すとおりである。

2．1 基礎方程式と離散化手法

長波流れの問題に対する基礎方程式として、次式のような浅水長波方程式を用いる。

$$\dot{U}_i + U_j U_{i,j} + g\zeta_{,i} - A_l(U_{i,j}+U_{j,i})_{,j} + \frac{gn^2\sqrt{U_j^2}}{h^{1/3}}\frac{U_i}{\rho(h+z)} = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\dot{\zeta} + \{(h+\zeta)U_i\}_{,i} = 0 \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに、U_i は平均流速、ζ は水位変動量、h は水深、g は重力加速度、A_l は渦動粘性係数、n はマニングの粗度係数を表す。(1),(2)式の解析手法としては、セレクティブランピング有限要素法を用いる[1]。なお、時間方向の離散化には二段階陽的解法を用いる。

2．2 不確定変動を考慮した計算手法

入力パラメータに不確定変動量を考慮した数値解析手法として、１次摂動法に基づいた確率有限要素法[2]-[4]を適用する。表－１に従来の有限要素法とマニングの粗度係数が変動する場合の確率有限要素法との比較を示す。これより、摂動法に基づいた確率有限要素法は確定解から変動量を求めることによって、乱数発生による繰り返し計算を用いることなく、解の変動量を求めることが可能となる。摂動法によって求められた変動量から、流速及び水位変動量の平均値及び分散は１次近似法を用いて次式のようにして求めた。

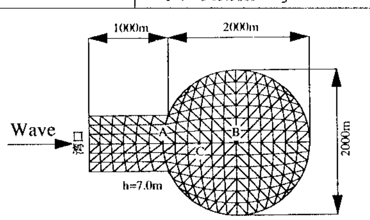
表－１　確定的及び不確定的有限要素法の手法比較

	確定的有限要素法	１次摂動法に基づいた確率有限要素法
入力データ（マニングの粗度係数: n）	n （一定）	$n=\bar{n}(1+\alpha)$ α:確率変数
方程式の解法	・通常の連立方程式を各時刻において直接解く	・変動を１次と見なし、確率変数の周りに級数展開した連立方程式を摂動法を用いて解く
評価	確定解： ・流速　Ui ・水位変動量　ζ	期待値： ・流速　Ui ・水位変動量　ζ 変動率： ・流速　Uik^1 ・水位変動量　ζk^1

$$E[U]=\tilde{U} \quad , \quad Var[U]=\sum_1^n\sum_1^n U_i{}^1 U_j{}^1 E[\alpha_i\alpha_j] \quad \cdots\cdots (3)$$

$$E[\zeta]=\tilde{\zeta} \quad , \quad Var[\zeta]=\sum_1^n\sum_1^n \zeta_i{}^1 \zeta_j{}^1 E[\alpha_i\alpha_j] \quad \cdots\cdots (4)$$

ここに、~ は流速及び水位変動量の平均値、n は領域分割節点数、Var[・] は分散、E[$\alpha_i\alpha_j$] は確率変数の共分散を示す。

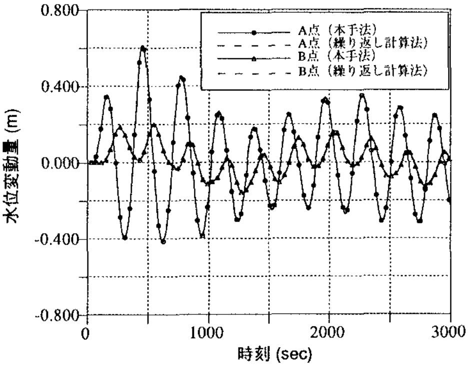


図－１　解析モデル

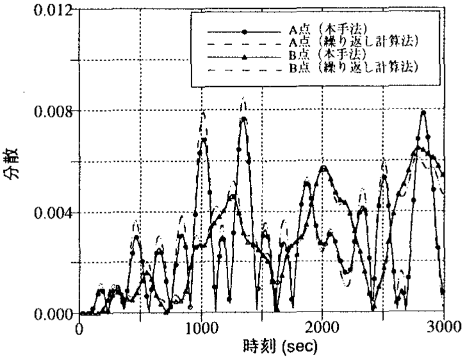
3．数値解析結果及び考察

本手法の精度の検討を行うために、図－１に示すようなフラスコ湾モデルにおける潮流の解析を行った。計算条件として、湾口より周期300秒、振幅0.5mの正弦波を送り、入力パラメータの１つであるマニングの粗度係数が正規分布の仮定に従って変動することを仮定した。また、渦動粘性係数を10.0m²/sec 、マニングの粗度係数の平均値は0.04 、標準偏差を0.1と仮定した。図－２、図－３に各時刻（t=0～3000秒）における図－１のA,B点での水位変動量の平均値及び分散の結果を示す。また、同一の計算条件を用いて乱数発生による繰り返し計算を行い、本手法との比較を行った。図から得られるように、本手法と繰り返し計算は平均値においては同一の算出手

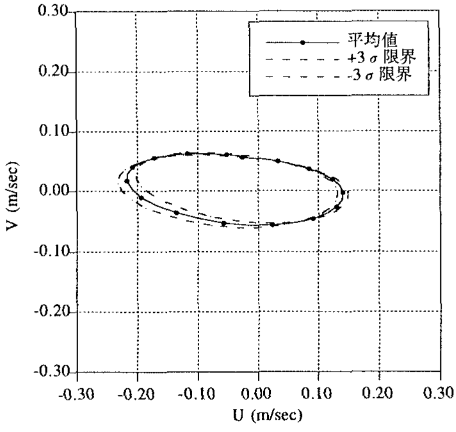
法であるため完全な一致を示している。また、分散の結果においては時刻歴の関する変化率の大きい箇所でわずかな差異が見られるものの、両手法は概ね一致しているものと確認される。なお計算時間においては、本手法は繰り返し計算法に比べ、計算時間は大幅に短縮される。次に、入力標準偏差の違いによる計算結果の考察を行うために、図－4、図－5に示すような流速の平均値及び3 σ限界を潮流楕円で表現した。入力標準偏差として、0.1、0.2を仮定し、C点での両結果の比較を行った。図より、入力標準偏差の違いによる潮流楕円の変動量の大きさの違いが確認された。また、入力標準偏差の適用限界を繰り返し計算法との比較により検討したところ、許容誤差を10%とするならば、限界値はσ=0.2となった。



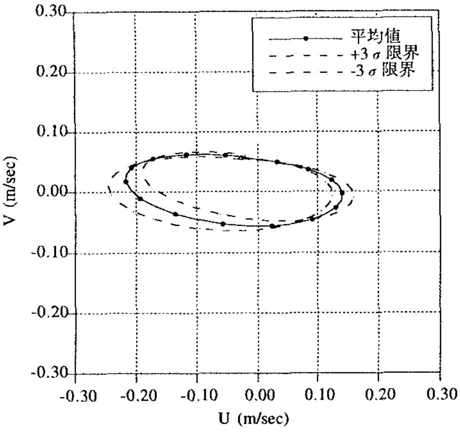
図－2　水位変動量計算結果（平均値）



図－3　水位変動量計算結果（分散）



図－4　潮流楕円（σ=0.1）



図－5　潮流楕円（σ=0.2）

4．おわりに

本論文において、1次摂動法に基づく確率有限要素法を浅水長波流れへの行い、有効性及び結果の考察を行った。これにより、本手法は不確定変動を考慮した浅水長波流れの解析を、乱数発生による繰り返し計算を用いることなく結果の変動量を求めることが可能となり、本手法の有効性が確認された。今後は、複数の変動量をした場合における本手法の適用の検討を行う予定である

参考文献

[1] Mutsuto Kawahara, Hirokazu Hirano, Kohji Tsubota and Kazuo Inagaki: Selective lumping finite element method for shallow water flow, International Jornal for Numerical Methods inFluids, Vol2,pp89-112 (1982)

[2] 本間史祥, 樫山和男：確率有限要素法による非定常移流拡散解析, 土木学会第49会年次学術講演会, pp.102-103 (1994)

[3] 櫻庭雅明, 樫山和男：確率有限要素法による不規則波動解析, 土木学会第49会年次学術講演会, pp.132-133 (1994)

[4] 櫻庭雅明, 樫山和男：入力データの不確定性を考慮した水面波動問題の確率有限要素解析,水工学論文集第37巻, pp.775-780 (1993)