

CS-60

地中移流分散現象におけるスケール効果の数値解析的表現

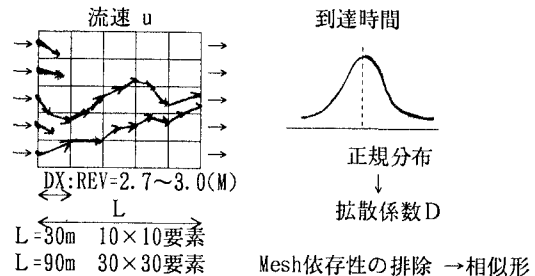
金沢大学大学院 学生会員 ○ 辛 大貳 竹田 朗
金沢大学工学部 正会員 飯塚 敦 太田 秀樹

1. はじめに

近年注目されている環境問題として、地下水汚染が挙げられる。工場廃液の地中浸透、工場跡地の地質汚染、生活廃棄物処理場からの汚水による地下水脈汚濁と土壤汚染等々の問題がある。地下水汚染は、用水の汚染に止まらず、地盤全体の汚染であり、我々人類の住環境に密接に関連した重要問題である。このような問題は地中における移流物（汚染物質）の輸送問題として取り扱われる。本研究は、地中における移流分散現象の問題点としてBeims(1983)等により報告される分散定数の観測規模への依存性について考察する。従来の地中での物質輸送問題は、移流分散方程式を解くことで対処してきた。解法に際して分散定数は入力定数として導入されるが、分散定数の距離依存性は分散定数が移流分散方程式の解の一つとなることを示している。地中における分散係数の距離依存性は、地盤中の透水係数の不均一性によることKinzelbach, Dagan等により推測されている。本研究では定常浸透流有限要素プログラムを利用し、不均一な透水係数を持つモデル地盤上で不規則な浸透流を発生させることで、分散定数の距離依存性を数値解析的に表現しようとしている。

2. 解析方法と条件

不均一な透水係数を持つモデル地盤上で不規則な浸透流を発生させ、分散定数の距離依存性を数値解析的に表現しようとしている。下図に示すような、解析メッシュを想定する。1要素当たりの大きさは、移流分散現象のスケール効果が現れない範囲として3.0mとして、統一した。上辺及び下辺を不透水境界とし、左側から右側へと一様流を発生させる。このとき各要素の透水係数に不均一性を持たせるならば、モデル地盤内に不均一な浸透流が発生する（但し、モデル地盤全体の平均的透水係数が一定となるように透水係数の選択は正規分布下で任意に抽出させている）。このとき左辺側要素に移流物質を投入すると、不均一な浸透流に乗って右側へと移流するが、その到着時間は移流経路及び移流速度に依存する。このような解析を透水係数の不均一性を変えたモデルにつき、繰り返し行くと、その到達時間分布は一次元の移流分散効果と同義となる。この到着時間の分布を正規分布と仮定し、分散定数を逆算する。このようにして、ひとつの距離Lに対して拡散定数Dがひとつ決定される。この一連の解析を距離Lを替えながら進める事



3. 透水係数の不均一発生手法

不均一な透水係数を持つモデル地盤を作り出すために正規分布を利用した。i番目の要素に用いた透水係数 (k_i) は、標準正規分布 $N(0,1)$ に従い、乱数系を用いて任意に抽出された-3.0から+3.0までの値(RND)を指数として、 $k_i = k_{mean} \times 10^{RND}$ で与える。各モデル地盤につき100回の解析を行うために100セットの透水係数の集合を用意した。また、それぞれの透水係数セットを作成するに当たっては、抽出に際してそれぞれ異なった乱数系を用い、透水係数の不均一性に規則性が現れないように配慮した。このようにして作られた不均一な透水係数を持つモデル地盤は、全て異なった透水係数の分布を持ちながら、それぞれの平均の透水係数は k_{mean} と等しいと考えることができる。

4. 分散定数(D)の算出

拡散現象を表す方程式： $\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を初期条件： $u(x,0)=f(x)$ のもとで解くと、その解は次式のようになる事が知られている。 $u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa^2 t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{4\kappa^2 t}\right] dy$ 。また、 $g(y) = \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{4\kappa^2 t}\right]$ とおくと
 $u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa^2 t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(y) g(y) dy$ と変形できる。t=0において、 $u(x,0) = \begin{cases} 1 & \text{at } x=\xi \\ 0 & \text{at } x \neq \xi \end{cases}$ であるとすると、

$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa^2 t}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y-\xi) g(y) dy$ であり、ここで、 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(y-\xi) g(y) dy = g(\xi)$ であることから

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa^2 t}} g(\xi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa^2 t}} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4\kappa^2 t}\right] = N(\xi, 2\kappa^2 t)$$

値 $\mu = \xi$ 、分散値 $\sigma^2 = 2\kappa^2 t$ の正規分布を表す式であり、 $\kappa^2 = D$ とすると分散係数は $D = \frac{\sigma^2}{2t}$ と表される。

したがって、解析結果より到達時間の平均値、分散値を計算すれば分散係数 D を求めることができる。

5. 解析結果と考察

図1に示すのは、 10×10 要素モデル地盤（ $L = 3.0\text{ m}$ ）の浸透流有限要素解析結果から、各要素各積分点における速度ベクトルを矢印によりメッシュ図上に図示したものである。このように求めた速度ベクトル分布を用いて、メッシュ図左側要素より投入された移流物質が右辺側より排出されるまでの輸送経路と輸送時間を計算した。計算に際しては、移流物質の追跡手法をプログラム化した。図2に示すのは図1の流速ベクトル分布から得た流線であり、移流物質はこれらの流線に乗って左端から右端まで移動したと考える。計算された100ケースの各移流物質の輸送時間（到達時間）から平均到達時間、分散値を求めることで、4.の手法により 10×10 要素モデル地盤に対する分散定数 D_{90} を求めた。また、 30×30 要素モデル地盤（ $L = 9.0\text{ m}$ ）に対しても同様の手法により、移流物質の追跡を100ケース行い、分散定数 D_{90} を求めた。表1に 10×10 要素モデル地盤、 30×30 要素モデル地盤についての、移流物個数、平均流速、到達時間の平均値、分散値、分散定数 D をまとめて示す。図3は、Beimsにより報告された縦方向分散定数の観測規模への依存性を示す図に本解析の結果を加筆したものである。×でプロットされた点が本解析の結果である。Beimsの報告による観測事例と同様の傾向を示しており、本解析は分散定数の距離依存性をうまく表現できている。しかしながら、本解析は進行方向と横方向の透水係数のばらつきが同等であり、実地盤の層状効果を加味していない。そのためか、分散定数は観測値より大きな値を取っている。この点については今後の課題として残されている。尚、本解析を実施するにあたり、岩手大学農学部的小林晃先生に多大な御指導を仰いだ。記して謝意を表したい。

表1 解析結果

モデル	10×10 要素	30×30 要素
移流物個数	1000	3000
距離(m)	30	90
平均到達時間(秒)	905164	2900822
平均流速(cm/秒)	3.314×10^{-3}	3.103×10^{-3}
分散 (σ^2)	3773728621879	41252514917387
分散定数 D (秒)	2084555	7110487
分散定数 D (m)	69.09	220.61

参考文献

Beims, U.: Planung, Durchführung und Auswertung von Gütepumpversuchen, Zeitschrift für angewandte Geologie, 29(10), 1983

Kinzelbach, W.: パソコンによる地下水解析, 盛北出版

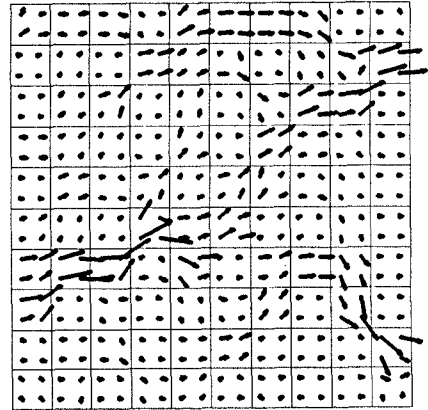


図1 積分点における流速ベクトル

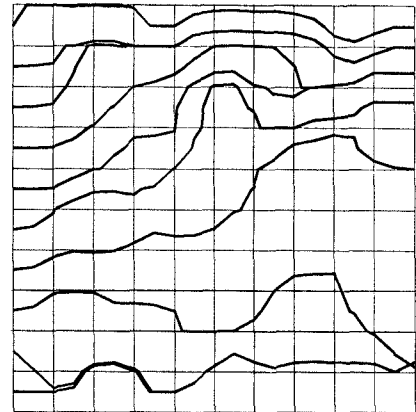


図2 移流物質の輸送経路

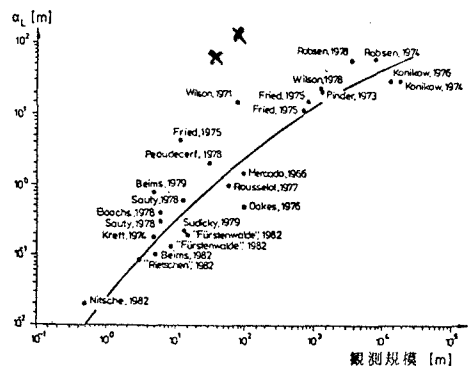


図3：分散定数の観測規模への依存性(Beims, 1983)に加筆