

住友重機械工業 正員 ○谷本 健 住友重機械工業 市嶋大路

1. はじめに

風洞実験の代替として「非圧縮性外部粘性乱流」の解を求める方法には、FEM, FDMなどがある。FEMでは二段階陽解法¹⁾が提示されているが、非線形偏微分方程式であるナビエ・ストークス(NS)方程式を非線形常微分方程式に変換していることになる。FDMではDNS(直接NS法)によりかなり詳細に解析出来るものの、数値粘性が空間差分に依存するので、格子サイズを小さくし、非常に大きな自由度の方程式を解く必要が生ずる。このためスーパーコンピュータと大きなメモリー空間を必要とする。

我々は比較的荒い格子でも良い解が得られ、超高レイノルズ数まで解析可能で、かつ実用的なFDMを目標として、理論解析、アルゴリズム開発と物理的検討を行ってきた。

2. 基礎方程式群

以下に圧力P, 流速 $\mathbf{U}$, 音速Sと密度 ρ に関する方程式を掲げる。通常、非圧縮性のFDMではPと $\mathbf{U}$ で方程式を構成するが、本方法ではSと ρ の方程式を付加している。圧力Pとそれに伴って変化する音速Sの方程式を用いて、圧力・音速の粗密波伝搬を正確に表現することにより、状態方程式又はエネルギー方程式に代える。これに伴って非圧縮性と圧縮性を区別無く、統一的に扱うことが可能となり、更に、FDMで問題となっていた圧力場が精度良く求まる。最後に、非圧縮性の場合には疑似圧縮性理論の一般化になっている。

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) P = -\rho S^2 \nabla \cdot \mathbf{U} \quad ; \text{圧力式}^{2)}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) S = -\frac{1}{2}(\gamma - 1) S \nabla \cdot \mathbf{U} \quad ; \text{音速式}$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{G} \quad ; \text{NS式}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{U} \quad ; \text{密度式}$$

尚、 $\mathbf{G}$ は粘性項と外力項である。

3. リーマン空間差分³⁾とタイムマーチング法

空間差分に関して、ユークリッド座標系や一般直交関数座標系などがある。本方法は非ユークリッド空間のリーマン空間を採用し、複素解析関数の拡張のアフィン接続が可能である。従って、①各種方程式の式展開が容易である、②非直交任意格子による任意ブラフボディが扱える、③コントロールボリューム条件を満たす、④複素関数法では2次元流に限定されるが、本空間では3次元化が可能である、などの特徴がある。

タイムマーチング法では、CIP法⁴⁾が3次まで考慮するという意味で応答特性は比較的良好だが、方形波の応答特性に対してオーバーシュートやアンダーシュートが見られる。 $Re=10^8$ の超高レイノルズ数まで解析可能とするべく、更に応答特性の改良を行った。応答特性の改良は解の発散の危険性があるが、解の安定性は良い。

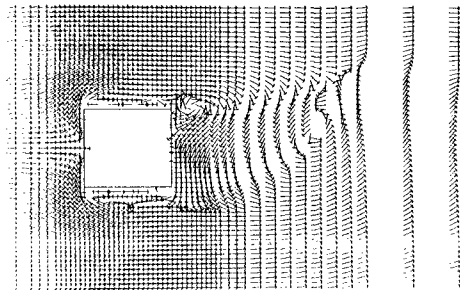


図-2(A)流速

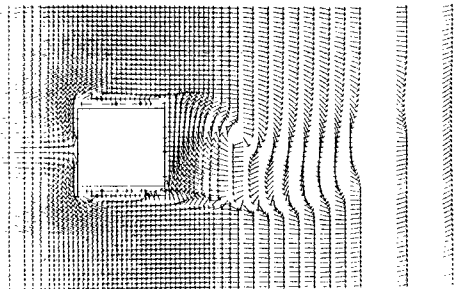


図-2(B)流速

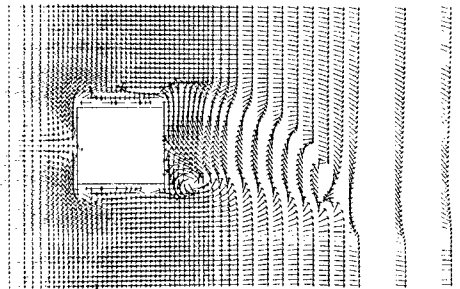


図-2(C)流速

4. ソルバーの高速化

高速ソルバーが要求されるのは、圧力場を求める場合である。アルゴリズム検討を行った結果、①逐次修正型フルシェ7SORを採用し、②無限遠流出条件の格子点から逐次代入を行い、③ノルムが小さくなったら加速係数を1にしてGAUSS・SIDEL法に切り替える方法を採用した。テストでは通常のSORは543回の反復で収束したのに対し、上記方法では282回で収束する。③の効果は著しく、加速係数が1.93183で約1/2にすることによりデジタルフィルタの役割を果たしたと考えられる。これらにより約2倍の高速化が図られた。

5. 計算結果

図-2(A)~(C)は $Re=160$ でアスペクト比1の2次元角柱周りの流速ベクトルを順時図示したものである。図-3(A)~(C)はこの時の圧力をメッシュ上に3次元で図示したものである。

6. 結果の考察と今後の課題

図-2では、上側の渦が発生して後流側に流されて行くと同時に下側の渦が発達し、カルマン渦が発生していることが分かる。図-3では、角柱前面の停留点に正圧のピークが発生し、すぐ脇の角に負圧のピークが発生する。これが図-2で上流側停留点の左右で流速ベクトルに急激な増加をもたらす。また後流側に於いて、渦と共に低圧部が移動する様子も分かる。この他に以下の諸点が分かっている。

- ①ストローハル数は0.142で実験結果と一致している⁶⁾
- ②角柱周りで剥離渦や再付着を捉えたと推定できる
- ③角柱前面の圧力で粗密波伝搬の影響が見られる

今後の課題として下記の諸点がある。

- ①SORとCG法を組み合わせで高速化を図る⁷⁾
- ②アラゴディの運動による1/4境界条件を採用する
- ③3次元流体解析を可能にする
- ④3次元流体／構造解析を可能にする

7. おわりに

FDMでは任意格子化が困難で、複雑な形状ではFEMが有利とされている。また圧力場と流速場が物理的に整合しない場合もあり、圧力場をいかに精度良く求めるかが問題になって来た。本開発によりこれらFDMの2つの基本的問題点が解消されたと考えられる。本格的な3次元流体／構造解析による数値風洞化は、未だ将来の夢として、その一端を担うという意味で本方法が資すれば幸いと考えている。

参考文献

- 1) M. Kawahara and H. Hirano, A Finite Element Method for High Reynolds Number Viscous Fluid Flow Using Two Step Explicit Scheme, Int. J. Num. Method. Fluid., Vol. 3, 1983
- 2) L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics, Pergamon Press, 1987
- 3) I. Demirdzic, et al. A Calculation Procedure for Turbulent Flow in Complex Geometries, Computer & Fluids Vol. 15, No. 3, 1987
- 4) T. Yabe and Pei-Yuan Wang, Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 60, No. 7, 1991
- 5) R. S. Varga, Matrix iterative analysis, Prentice Hall, 1962
- 6) 岡島, 他, 種々な断面辺長比の短形柱周りの流れ, 日本風工学会誌, No. 17, 昭和58年9月
- 7) 谷本, 他, 微分形式によるCG法, CR法の検討, 第18回数値解析シンポジウム, 平成6年7月

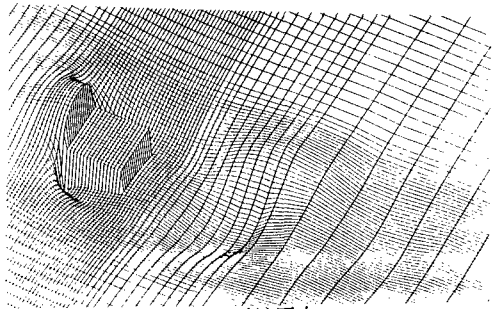


図-3(A)圧力

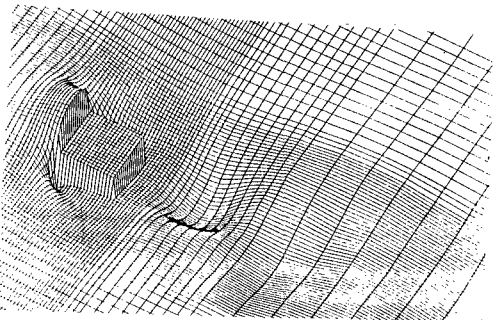


図-3(B)圧力

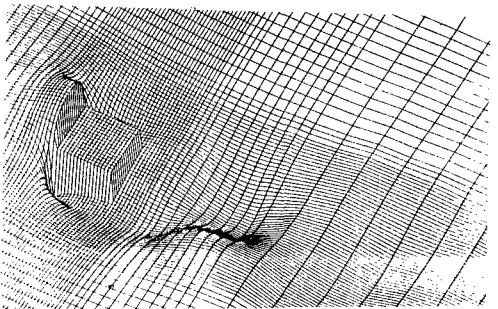


図-3(C)圧力