

CS-56 起伏のある地形上の風の有限要素解析

日本構造橋梁研究所 正会員 星野理恵
 日本大学理工学部 正会員 野村卓史

1. はじめに

起伏のある地形が風の場合に与える影響を解析するとき、対象とする空間スケールが数十 km 程度の大域的なものになるとコリオリ力の影響を無視することができない。このような問題を簡便に数値シミュレーションする手法として山田ら [1] が提案しているエクマン・ポテンシャル流れモデルは有力なモデルの一つと考えられる。山田らはフーリエ級数によって解いているのに対し、ここではこれを有限要素法によって解く方法を示す。フーリエ級数で解く場合は地形データをいったん波数分解する必要があるのに比べ、本方法では地形データをそのまま解析メッシュに組み込むことができる。

2. エクマン・ポテンシャル流れの基礎方程式

地衡風の風速を U_g とし、便宜上その方向を x 軸とすると、エクマン境界層内の風速分布は次のように表わされる [1-3]。

$$u_E(z) = U_g \left[1 - e^{(-z/h_E)} \cos(z/h_E) \right], \quad v_E(z) = U_g e^{(-z/h_E)} \sin(z/h_E) \quad (1a, b)$$

ここで z は高さ、 $h_E \equiv \sqrt{2K/f}$ はエクマン層厚のスケールを表わすパラメータ、 K は渦粘性係数、 f はコリオリ・パラメータである。

式 (1a, b) の風速分布に対応する速度ポテンシャルは $u_E(z)x + v_E(z)y$ であるから、これに地形の影響を表わすポテンシャル ϕ を加えた次の速度ポテンシャル Φ が本研究で想定している風速場を表わす。

$$\Phi(x, y, z) = u_E(z)x + v_E(z)y + \phi(x, y, z) \quad (2)$$

この速度ポテンシャル Φ で表される風速

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = u_E + \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = v_E + \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3a, b, c)$$

が連続条件を満たす必要があることから、対象とする問題の支配方程式はポテンシャル ϕ に関する次の Laplace 方程式に帰着する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

境界条件は地表面で次の条件を与える。

$$un_x + vn_y + wn_z = 0 \quad \text{すなわち} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + \frac{\partial \phi}{\partial z} n_z = -u_E n_x - v_E n_y \quad (5a, b)$$

n_x, n_y, n_z は地表面における単位法線ベクトルの成分である。そのほか、解析領域内の少なくとも 1 点でポテンシャルの基準を与える必要がある。後の解析例では上空境界の中央の節点で $\phi = 0$ とした。

式 (4), (5b) の ϕ に関する境界値問題を標準的な有限要素法で解く。要素は 8 節点 6 面体アイソパラメトリック要素を用いた。

なお、このようにして求められるエクマン・ポテンシャル流れとの比較のために、風速 U の一様平行な流れが地形の影響を受ける場合の解析も行った。これは式 (2) の代わりに次のポテンシャル Φ' を元にして、エクマン・ポテンシャル流れの場合と同様の手順を経て得られるものである。

$$\Phi'(x, y, z) = Ux + \phi(x, y, z) \quad (6)$$

3. 解析例

図 1 に示すように、水平方向の寸法が 30 km x 30 km、高さ方向の寸法が 9 km の解析対象空間の中央に、高さ

3000 m の円すい状の孤立した山がある問題を考える．要素分割は $18 \times 18 \times 18 (=5832)$ 要素とした．水平方向，高さ方向とも要素を等分割にしているので，平地部の要素厚に比べ山頂付近の要素厚が薄くなっている．上空での地衡風の風速を $U_g = 10 \text{ m/s}$ ，渦粘性係数 $K = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ，コリオリ・パラメータ $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ としている．これらの条件は地形の影響を強調することを意図して設定したもので，これらの数値に対応するエクマン境界層厚 $\pi h_E = 4.4 \text{ km}$ は現実の厚さよりも大きい．また，同じ解析メッシュを用いて一様流 ($U = 10 \text{ m/s}$) の計算も行った．

図2(a)にエクマン・ポテンシャル流れの風速分布，図2(b)に一様流の風速分布を斜め上方から見た様子を示す．また，図3は，同じ解析結果を真上から眺めたものである．一様流の場合と比較すると，エクマン・ポテンシャル流れの場合には上空の地衡風の方から高度が低くなるに従って風速が減少し，それと同時に風向が反時計まわりに変化していく，いわゆるエクマンらせんが認められる．さらに，山の影響を受けて風が斜面をはい上がり，はい下りている様子が分かる．

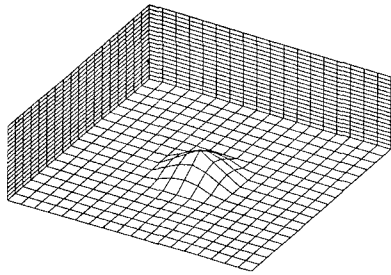


図1 孤立した山のまわりの風の場の解析の有限要素メッシュ

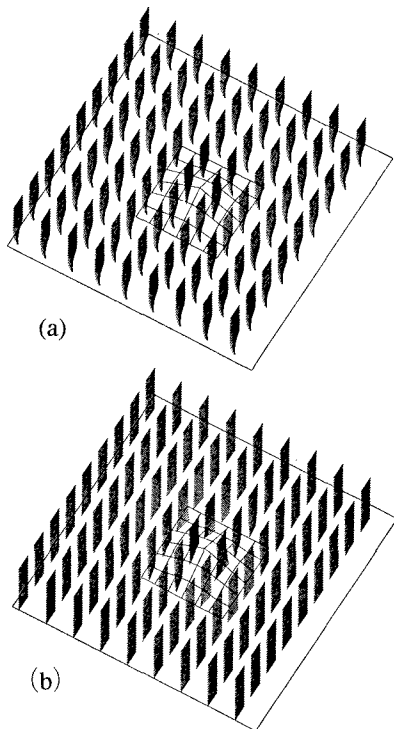


図2 風速分布の鳥瞰図：(a) エクマン・ポテンシャル流れ，(b) 一様流

参考文献

- [1] 山田正，ほか：流域スケールの風の場の計算法に関する研究，土木学会論文集，No.503/II-29，pp.49-58，1994.
- [2] 小倉義光：気象力学通論，東京大学出版会，1978.
- [3] R.A. Pielke: Mesoscale Meteorological Modeling, Academic Press, 1984.

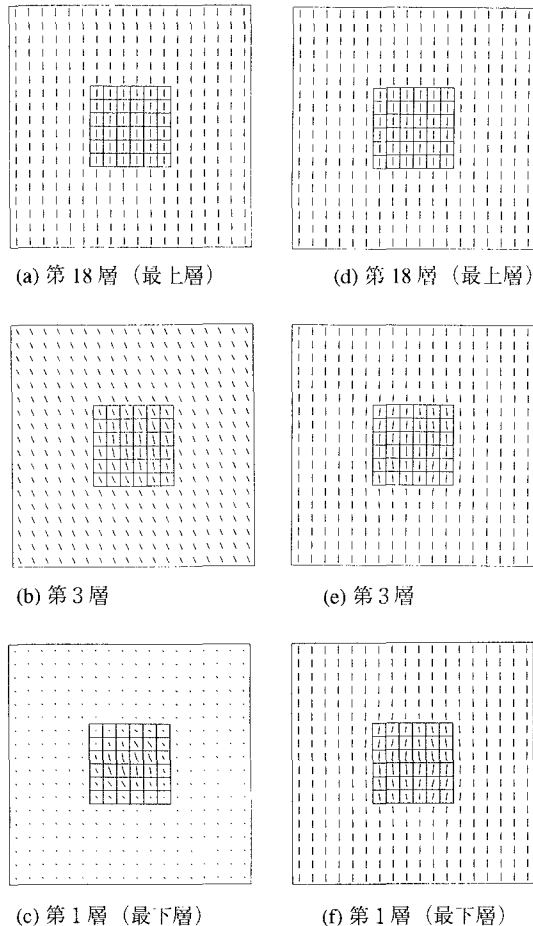


図3 真上から見た要素の層ごとの風速分布：(a)-(c) エクマン・ポテンシャル流れ，(d)-(f) 一様流