CS-38　異種材接合角部での応力特異解

中国電力（株）	正員	朝日　宏
松江工業高等専門学校	正員	浜野　浩幹
山梨大学	正員	平島　健一
長岡技科大修士		石田　知久

1．緒　言

一般に，異種材料の接合部では材料の性質の違いあるいは形状の差異等により，それらの接合部の角部では応力集中等が発生し破壊に至ることがある．これらに関して，くさび形材料が他の材料中に埋め込まれた角部近傍の応力特異性については既に多くの研究者によって解析されてきている．しかし，特異解を求める場合，系によっては特異解が実数のみではなく，複素数になる場合，あるいは複数個存在する場合も生ずるため簡単ではなく，従来までの手法では行列式を多項式に展開し区間排除法等の手法によって根を求めることが行われている．しかし，この方法では多項式に展開できるものにしか適用できないため，その適用範囲は対称形であったり，クラックがスリットクラックであったり，埋め込みモデルではクラックが入らないような限定されたものとなっている．

本研究は図１に示すような３種類の異種材料が接合した一般的なモデルを考える．部材１は x 軸の正の方向から反時計回りに θ_1 の大きさ，部材３は x 軸の正の方向から時計回りに θ_2 の大きさとする．したがって，部材２は $\{2\pi-(\theta_1+\theta_2)\}$ の大きさとなる．また，各部材のせん断弾性係数，ポアソン比を G_i, ν_i $(i=1\sim3)$ とする．この系において各部材の角度，材料の違いによる角部の応力特異性の解析を行うとともに，角部でに力学特性を検討する．

ここで特異解の解析方法としては割線法の一種である Muller の方法により，連続条件から得られる 12 元の特性行列式から直接特異解を求める方法をとる．本法は指定した範囲の根を実根，複素根の区別なく全て計算できるようになっており，これによって，特性行列式から特性方程式に展開する過程を経なくてもよいため解析が大幅に簡単化されることになる．

2．基本式

図１に示す異種接合部材モデルにおいて，３種類のの異種材の接合面 $\theta=0$, θ_1, θ_2 での連続条件は次のように表される．ただし，ここでの基本式等は文献 1)で導いたものを使用する．

1) $\theta=0$ での応力および変位の連続条件:

$${}_1u_r={}_3u_r,\ {}_1u_\theta={}_3u_\theta,\ {}_1\sigma_\theta={}_3\sigma_\theta,\ {}_1\tau_{r\theta}={}_3\tau_{r\theta}$$

2) $\theta=\theta_1$ での応力および変位の連続条件:

$${}_1u_r={}_2u_r,\ {}_1u_\theta={}_2u_\theta,\ {}_1\sigma_\theta={}_2\sigma_\theta,\ {}_1\tau_{r\theta}={}_2\tau_{r\theta}$$

3) $\theta=\theta_2$ での応力および変位の連続条件:

$${}_2u_r={}_3u_r,\ {}_2u_\theta={}_3u_\theta,\ {}_2\sigma_\theta={}_3\sigma_\theta,\ {}_2\tau_{r\theta}={}_3\tau_{r\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

これらの境界条件を変位，応力の式に適用して整理すれば積分定数に関する 12 元の同次式が得られ，これが積分定数に対して有意な解を持つためには，その行列式が零とならなければならない．したがって，この行列式を解くことによって特異解 λ を求めることができる．

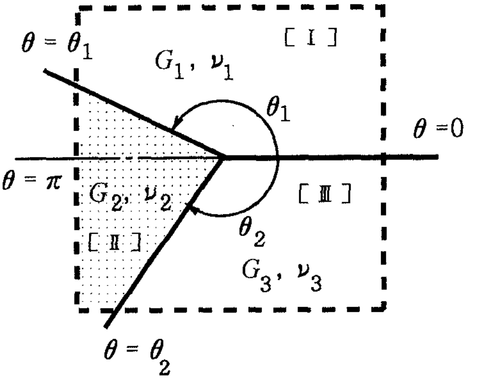

図1．異種接合部材．

3．数値計算例

数値計算例として，平面ひずみ状態において計算した特異解λをしめす．まず，図2は材料Ⅱにおける材料定数を零(G_2=0)とした場合，すなわち，クラックの存在する場合の特異解λを示したものである．この場合は最初は異なる2実根が得られているが，300° 付近から複素根となっている．これは，従来の結果と完全に一致している．図3は，材料Ⅰ，Ⅲは同質（G_1=G_2=1.0)で材料Ⅱが異なる（G_3=10.0）場合の特異解λを示したものであり，この場合はx軸に関して対称な場合である．モードⅠ，モードⅡに対応したものが得られているのがわかる．図4は，形状がx軸に対して対称で材料がすべて異なる場合の特異解λを示したものである．特異解λは2実根以外のところは複素根になっている．図5は，形状および材質共に非対称な場合の特異解λを示したものである．この場合も特異解λは2実数根と複素根となっている．

4．結　言

数値計算は行列式の形で求めることができ，特性方程式に展開する必要がないことを示した．また，特異解が求まればこれを使用して応力，変位の式に適用することによって応力，変位分布を容易に計算することができる．

参考文献

1)平島，浜野，広瀬，木村：日本機械学会論文集，57-533, A(1991).

2)平島，浜野，広瀬，木村：日本機械学会論文集，57-544, A(1991).

3)Williams,M,L.,:*Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extention,* J.Appl. Mech.,526-528,(1952).

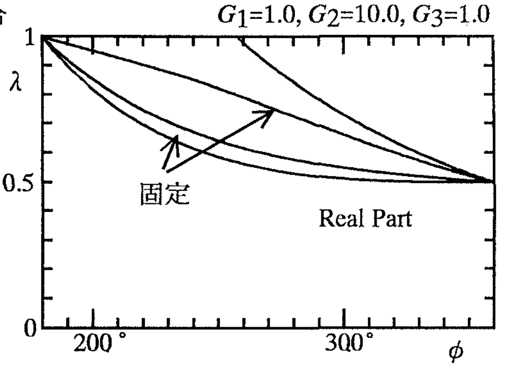

図3．異種接合部材の特異解λ
(x 軸に対して対称).

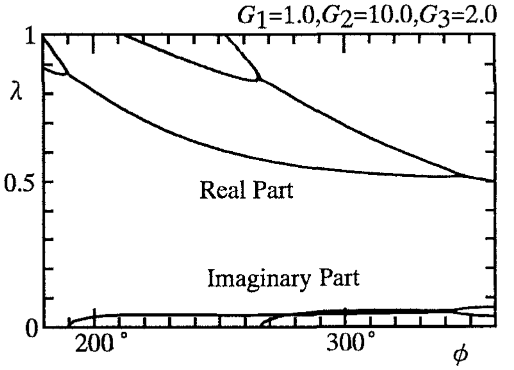

図4．異種接合部材の特異解λ
(形状対称，材料非対称).

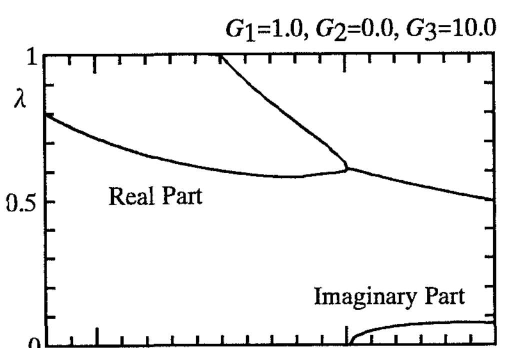

図2．クラックが存在する異種材料の特異解λ．

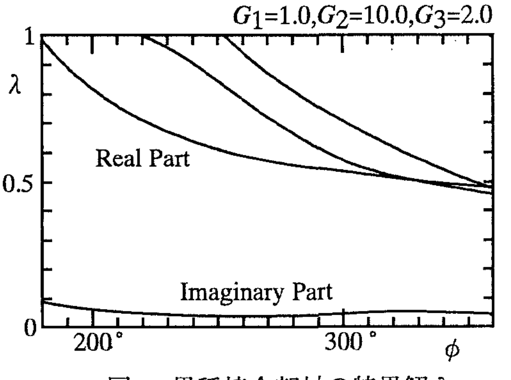

図5．異種接合部材の特異解λ
(任意埋込部材の場合).