

CS-21

二種混合体の平均的な弾性係数の評価

九州大学 工学部 正○大嶺 聖 正 落合英俊
九州大学 工学部 正 安福規之

1. まえがき

砂と粘土の混合土やレキ混じり粘土などの土質材料, コンクリートやアスファルトなどの土木材料はいずれも混合材料である。また, 最近では, 土に短繊維を混合した補強土や発砲スチロールビーズを混合した軽量土などの混合材料が開発されている。これまで混合体の力学挙動をその構成要素の特性から予測する多くの研究がなされているが, 混合体には様々な種類があるため, 対象とする材料に適した評価法を用いることが必要である。本文では, 異なる弾性係数を持つ混合体の応力分布の評価に基づき, 二種混合体の平均的な弾性係数を求めるための考え方を述べる。

2. 二種混合体モデルの概要¹⁾

性質の異なる二つの材料で構成される混合体において, その基質部分をマトリックス, それ以外の部分を介在物とする。このような混合体の平均的な応力およびひずみは, それぞれ次のような体積平均で表されるものとする。

$$\bar{\sigma} = f_s \bar{\sigma}_s + (1 - f_s) \bar{\sigma}^* \quad (1), \quad \bar{\varepsilon} = f_s \bar{\varepsilon}_s + (1 - f_s) \bar{\varepsilon}^* \quad (2)$$

ここで, $\bar{\sigma}$: 応力, $\bar{\varepsilon}$: ひずみ, f_s : 介在物の体積含有率であり, 添字 s と $*$ はそれぞれ介在物およびマトリックスを表す。また, 介在物およびマトリックスの応力-ひずみ関係をそれぞれ次式のように表す。

$$\bar{\sigma}_s = E_s \bar{\varepsilon}_s \quad (3), \quad \bar{\sigma}^* = E^* \bar{\varepsilon}^* \quad (4)$$

ここで, E_s : 介在物の弾性係数, E^* : マトリックスの弾性係数

このときの混合体内部の応力分布を評価するために, 介在物とマトリックスの応力分担割合を表す, 次のパラメータ(応力分担パラメータ)を導入する。

$$b = \bar{\sigma}_s / \bar{\sigma}^* \quad (5)$$

b は E_s と E^* の比に依存するが, 介在物の体積含有率とは無関係に決まるものとする。式(1)と式(5)から, 介在物およびマトリックスの応力と混合体の応力の関係はそれぞれ次のように表される。

$$\bar{\sigma}_s = \frac{b}{(b-1)f_s + 1} \bar{\sigma} \quad (6), \quad \bar{\sigma}^* = \frac{1}{(b-1)f_s + 1} \bar{\sigma} \quad (7)$$

さらに, 式(3), (4)および式(6), (7)を式(2)に代入すると, 二種混合体の応力-ひずみ関係が求められ, このときの混合体の弾性係数は次のように表される。

$$E = \frac{(b-1)f_s + 1}{f_s b / E_s + (1-f_s) / E^*} \quad (8)$$

したがって, 混合体の弾性係数をその構成材料の性質から予測するためには, 式(5)の b の評価法が重要となる。

3. 応力分布の評価法

a) 介在物が三次元的にランダム分布する場合 混合体内部で応力またはひずみが一定と仮定した場合には, 混合体の弾性係数の下限および上限値を与えることになる。これらはそれぞれ積層板を横および縦に並べた場合に相当し, このときの応力またはひずみの分布は最大となる。一方, 介在物が三次元的にランダム分布する場合にはいずれの方向に対しても最も安定な状態にあると考える。ここでは, 混合体の内部で単位体積当たりの仕事量が一定(介在物とマトリックスの単位体積当たりの仕事量が等しい)であると仮定する。この場合の応力分担パラメータ b は次のように求められる。

$$b = \left(\frac{E_s}{E^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

すなわち, 式(9)を式(8)に代入することにより混合体の平均的な弾性係数が求められる。この提案式の妥当性については従来の炭化タングステンとコバルトの混合物の実験結果により確かめられている¹⁾。

b) 二次元分布の場合（FEM解析による検討） 介在物が三次元的に分布する場合と二次元的に分布する場合では、混合体内部の応力分布に違いが生じると考えられる。そのため、ここでは二次元平面ひずみ問題についてのFEM解析結果をもとに、応力分担パラメータの値を検討する。図-1はFEM解析に用いたメッシュ（ $f_s = 40\%$ ）を示す。介在物の体積含有率については $f_s = 10, 20, 30$ および 40% の4種類とした。また、ポアソン比については介在物およびマトリックスともに0.3とした。その解析結果を $\bar{E}/E^*$ （=混合体の平均的な弾性係数とマトリックスの弾性係数の比）と E_s/E^* （=介在物とマトリックスの弾性係数の比）の関係として図-2にプロット点で示す。 $\bar{E}/E^*$ は E_s/E^* の増加とともに次第に増加するが、その傾向は介在物の体積含有率が大きいくほど顕著となる。このような混合体の特性を評価するために、応力分担パラメータの近似値として次式を用いる。

$$b = \left(\frac{E_s}{E^*} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (10)$$

図-2の実線は式(10)を式(8)に代入して求められる混合体の弾性係数の計算結果であり、解析結果と比較的良好一致を示す。

以上の結果を種々の混合体における応力分布の評価としてまとめたものが表-1である。応力分担パラメータ b は上述のように介在物とマトリックスの応力分担割合を表しているが、

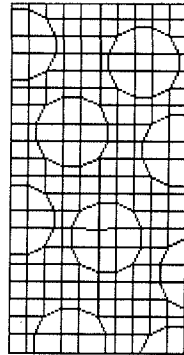


図-1 FEM解析メッシュ
（ $f_s = 40\%$ ）

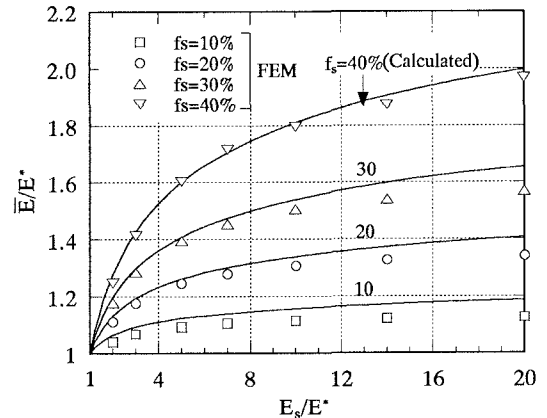


図-2 $\bar{E}/E^*$ と E_s/E^* の関係

の値は E_s/E^* の乗数の違いとして表される。また、その値は $E_s > E^*$ の場合、積層板（横）、二次元分布、三次元分布、積層板（縦）の順で大きくなる。

表-1 種々の混合体における応力分布の評価

混合体の種類	積層板（横）	二次元分布	三次元分布	積層板（縦）
評価法（考え方）	応力一定	FEM解析に基づく近似値	仕事量一定	ひずみ一定
応力分担パラメータ（=b）	$\left(\frac{E_s}{E^*} \right)^0 = 1$	$\left(\frac{E_s}{E^*} \right)^{\frac{1}{6}}$	$\left(\frac{E_s}{E^*} \right)^{\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{E_s}{E^*} \right)^1$

4. まとめ

性質の異なる二つの材料から構成される二種混合体の弾性係数について、理論的考察およびFEM解析結果に基づく検討を行なった。その結果、介在物とマトリックスに作用する応力の分担割合を表すパラメータを適切に評価することにより、混合体の平均的な弾性係数が求められることを示した。また、種々の混合体に対するそのパラメータの値は、介在物とマトリックスの弾性係数の比の乗数の違いとして表される。

【参考文献】1)大嶺，落合：二種混合体の応力－ひずみ関係と混合土の一次元圧縮特性への適用，土木学会論文集，第448号／III-19，pp.121-130，1992年。