

CS-3

熱力学的定式化による変形の局所化の理論と解析手法

東京大学 学生員 井上純哉
 東京大学 正 員 堀井秀之

1. まえがき

本研究で取り扱う変形の局所化現象とは材料中で均一であった変形が、破壊の進行にともない一つまたは複数の狭い領域に変形が集中し、変位の不連続面画が生じる現象である。つまり、変形の局所化現象とは力学的エネルギーの散逸が、材料全体で一様に発生するモードからある領域に集中して発生し、他の領域では弾性除荷するモードに移行する現象である。このような変形の局所化現象は異なる材料において共通に起こる現象であり、材料・構造物の強度を支配している。また変形の局所化に支配された現象では強度の寸法効果があり、解析においてはメッシュ依存性が有ることが知られているため、変形の局所化を再現しうる理論および解析手法を構築することは工学的に重要である。

そこで本研究では、ばね-摩擦モデルでの考察を一般化することにより、変形の局所化の理論および解析手法を構築し、さらに本研究の提案する解析手法を Coulumb 材料に適用し、二軸圧縮試験と一面せん断試験の解析を行った。

2. 変形の局所化の理論と解析手法

(1) ばね-摩擦モデル

図1に示すようなばねと摩擦要素を組み合わせた系を考える。ここで、 α_i を摩擦面の滑べり量、 u を載荷点での変位とし、摩擦力 f_i がすべり量 α_i の関数として $f_i = f_0 + A\alpha_i$ と表されるものとする。

摩擦要素ですべりが発生する時の解を求めるための変分問題を考えると、ポテンシャルは

$$I = \frac{1}{2}k(u - \alpha_1 - \alpha_2)^2 + f_0(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{1}{2}A\alpha_1^2 + \frac{1}{2}A\alpha_2^2 \cdots \cdots (1)$$

となる。このポテンシャルは断熱状態を仮定した時の内部エネルギーとなっている。このポテンシャルの停留点を求めることにより解が求まるわけであるが、摩擦要素がすべりと共に軟化する場合、実際の現象では片方の要素でしかすべりが発生しないのに対して、この変分問題からは2つの摩擦要素で同時にすべりが発生する解しか得られない。

この事を説明すると以下のようなになる。載荷点での変位 u を制御変数とすると、ばねの張力が摩擦要素での破壊荷重 f_0 に達した時のエネルギー曲面は、摩擦要素でのすべり量 α_i の関数で表され、図2に示すような形になる。停留点はエネルギー曲面の鞍部にあり、不安定である。そのため、外乱が加わった時に容易に状態が変化してしまい、結果としてすべり量が正である領域内でエネルギーを最小にする点である、片方のすべり面でしかすべりが発生しない解に落ち着き、変形が局所化するわけである。

(2) 一般化

以上の事を一般化すると、変形の局所化の理論および解析手法は以下のようなになる。塑性変形やクラック進展のような非弾性挙動を示す材料では、内部エネルギー（又は内部エネルギーと外力ポテンシャルの和）は塑性ひずみやクラック長の等のエネルギー散逸のパラメータの関数として表され、停留条件、つまりつりあ

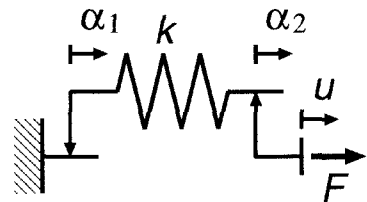


図1 ばね-摩擦モデル

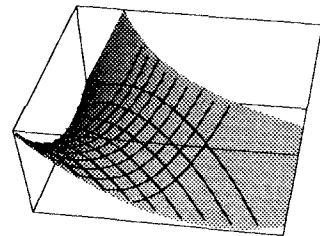


図2 エネルギー曲面

い式より一様解が得られる。さらに、変形の局所化の発生は、この様に求まった一様解の安定性を調べることで、すなわち内部エネルギーの曲面の曲率を調べることで判定できる。また、局所化が発生した時の解は、熱力学第二法則をみたすという拘束条件のもと、内部エネルギーを最小にする解を求めればよいと考えられる。つまり、変形の局所化問題は拘束条件付き最小値問題に帰着する。

3. 解析例

Mohr-Columb の破壊条件を満たす材料を考える。材料は最大せん断応力 τ がせん断強度 $c_0 + \sigma \tan \phi$ に達するまでは線形弾性体であり、 $\tau = c_0 + \sigma \tan \phi$ で最大せん断力方向にすべり面が発生し、その後せん断応力 τ はすべり量 α の関数として $\tau = (c_0 + A\alpha) + \sigma \tan \phi_0$ となるものとする。また、簡単のためダイレタンシーは無いものとする。

本解析では四節点四角形要素を使用し、せん断応力がせん断強度に達した要素に対して、破壊条件を満たした方向に図3に示すようなすべり面が発生するものとした。この時、要素内に六本のすべり面を考えることにし、破壊条件にはすべり面に最も近いガウス点での応力を用いた。

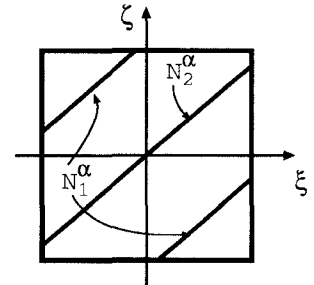


図3 要素内のすべり面

(1) 二軸圧縮試験

図4に示す境界条件で解析を行った例を、図5に示す。 $A > 0$ (すべりに従い材料が硬化)の場合は、全てのすべり面ですべりが進展する結果が得られたので図は省略する。 $A < 0$ (すべりに従い材料が軟化)の場合は、異なる要素分割に対してほぼ同じモードの破壊が進展するという結果が得られた。また、荷重沈下曲線もほぼ同じであった。

Displacement Control

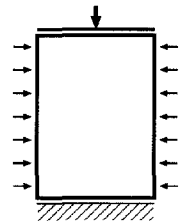


図4 二軸圧縮試験

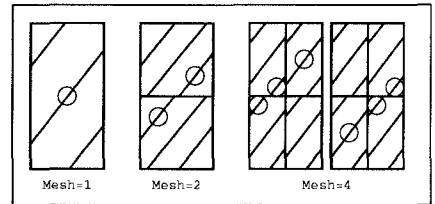


図5 $A < 0$

(2) 一面せん断試験

解析に用いた境界条件を図6に示す。載荷途中の破壊の進展状況を図7(局所化を考慮)、図8(局所化を考慮せず)に示す。同じ載荷点変位におけるすべりが発生した領域は、局所化を考慮した場合の方がより狭い領域に集中している。また、局所化を考慮しなかった解析では、せん断力と逆方向のすべりが発生する要素も現れた。

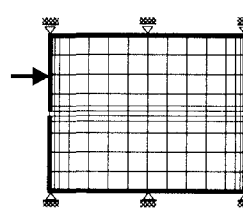


図6 一面せん断試験

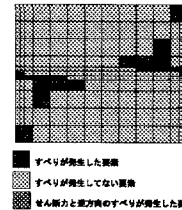


図7 考慮

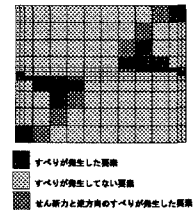


図8 考慮せず

4. まとめ

本研究では、ばね-摩擦モデルでの考察を一般化することにより、一般性のある変形の局所化の理論および解析手法の提案を行った。更に、二軸圧縮試験及び一面せん断試験の解析を行い、すべりを生ずる領域の変化を調べた。本研究の提案する理論及び解析手法の基本的な概念は、異なる形態で熱の散逸が起こる多くの材料に対しても適用可能と考えられる。今後は人工軟岩におけるすべり面や、繊維補強コンクリートにおけるひびわれの局所化の解析、岩盤の破壊を考慮した空洞の安定解析などの現実的な現象に対する構成則及び破壊条件を用いて解析することが考えられる。