

CS-2 粒状体モデルによる増分非線形性と変形局所化の考察

東北大学工学部 正 員○岸野 佑次
仙台市 正 員 森谷 直樹

1. はじめに 地盤材料の応力ひずみ関係は一般に増分非線形であり、これをいかに定式化するかということが大きな課題である。また、応力ひずみ関係を要素試験により求める際に、ひずみ軟化をどのようにとり扱うべきであるかが問題となる。本文は、粒状要素法¹⁾を用いて、このような問題についての考察を行ったものである。

2. 解析の概要

1) 粒状体モデル 図-1に示すように円領域にランダムに配置した円形粒子(粒子径0.6, 0.8, 1.0 cm)の集合を初期状態とする。円領域の外縁に配置された境界要素に対して要素試験に応じた境界条件を与える。その際、境界要素 α の重心位置の座標 $(X, Y)_\alpha$ は常に次の一次変換式で定められるものとする(0は初期状態を表す)。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon_x & -\gamma_{xy}/2 \\ -\gamma_{xy}/2 & 1-\varepsilon_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \end{bmatrix}_\alpha \quad (1)$$

接触点における法線および接線方向のパネ定数は、1000, 700 kgf/cm, 摩擦係数は25°とした。

2) 平均応力一定せん断試験(本試験) まず、平均応力 $p \equiv (\sigma_x + \sigma_y)/2$ は一定値(2 kgf/cm²)、せん断ひずみ増分 $\Delta\gamma_{xy}$ は零とし、最大せん断ひずみ増分(主ひずみ差増分) $\Delta\gamma_{\max} \equiv \Delta(\varepsilon_x - \varepsilon_y)$ (増分値0.0014%)を与える载荷試験を行った。図-1に初期状態から最終状態までの変位ベクトル、図-2に応力ひずみ関係を示す。

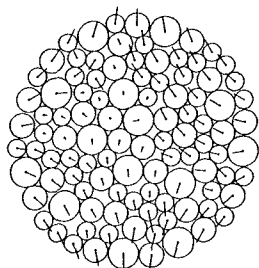


図-1 変位ベクトル図

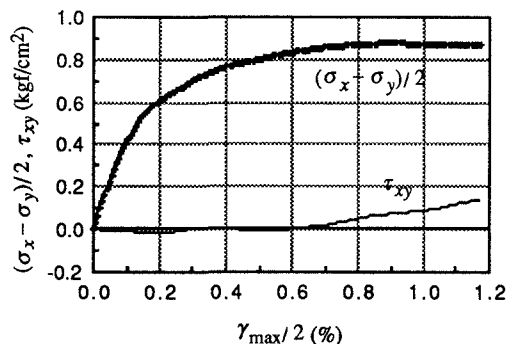


図-2 応力ひずみ関係

3) 接線剛性行列を求めるためのブランチ試験 本試験の中途段階における複数のブランチ試験により接線剛性行列を求める。この供試体の外的な変形の自由度は3成分であり、剛性関係は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

増分非線形性を考慮するために、ひずみの各成分単独に正または負の増分値を与えたひずみ制御試験を行って、正負の増分別の剛性を得る。任意のひずみ増分に対応する応力増分は、このようにして求めた剛性をもとに、ひずみ増分の正負を考慮した重ね合わせにより求めることができるかと仮定する。よって、各载荷段階における接線剛性行列は、ひずみ増分3次元空間における象限の数に対応して、 $2^3=8$ 個存在することになる。

図-3に接線剛性行列の対角成分について、载荷に伴う接線剛性の変化の様子を示す。図中、'を付した量は負のひずみ増分に対応する接線剛性を示す。

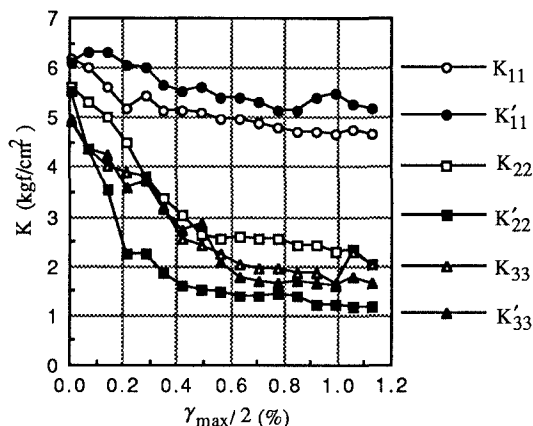


図-3 接線剛性行列対角成分の変化

4) 接線剛性行列の固有値解析 前項で示した接線剛性の成分は全体的に载荷とともに減少する傾向にあるが、零とはならない。そこで、図-2の軟化特性から予測される非正の2次仕事増分を与えるひずみモードの存在を調

べるため、接線剛性行列対称部分の固有値解析を行った。
 前項で述べたように、各載荷段階における接線剛性行列はひずみ増分の正負に応じて8個存在するので、これに対応した8種類の固有値解析を行う。各行列に対しては3個の固有ベクトルが得られる。しかし、求まった固有ベクトルの中、接線剛性行列を求める際に仮定したひずみ増分方向と矛盾するものがある場合には、そのモードは有効ではない。ところで、固有ベクトル同士は互いに直交するので、ひずみ増分空間の各象限における接線剛性行列について2つ以上の有効なモードは存在しない。したがって、各載荷段階において8種類の接線剛性行列より求まる有効な固有ベクトルの数は8である。

図-4に最小の固有値が得られる本試験の載荷方向($\Delta\epsilon_x > 0$, $\Delta\epsilon_y < 0$)に関与する2つの象限($\Delta\gamma_{xy}$ については正および負)に関する固有値の変化を示す。

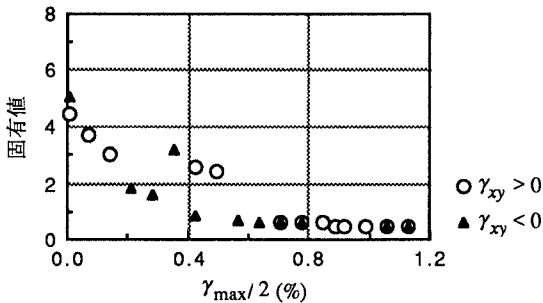


図-4 接線剛性行列固有値の変化

5) 接線剛性行列の有効性を調べるためのブランチ試験

前項で示したように、接線剛性行列の固有値は載荷とともに、徐々に小さな値をとるようになる。しかし、軟化に至っても固有値は正のままである。そこで、3)で求めた8つの接線剛性行列が種々のひずみ増分方向に対してどの程度有効であるかを調べるためのブランチ試験を行った。ひずみ増分は次式に従って与えることとする。

$$\Delta\epsilon_x = a \cos \theta, \quad \Delta\epsilon_y = a \sin \theta, \quad \Delta\gamma_{xy} = 0 \quad (3)$$

ここに、 a は0.007%とし、 θ は0度から11.25度間隔で348.75度までの32方向、および、各載荷段階における実際のひずみ増分方向とその逆方向の計34方向とした。このブランチ試験において実際に求まる垂直応力増分を $\Delta\sigma_x^b, \Delta\sigma_y^b$ とする。これに対して、接線剛性行列により予測される応力増分 $\Delta\sigma_x^e, \Delta\sigma_y^e$ の適合度の評価を次式によって行うこととする。

$$R_x = \frac{\Delta\sigma_x^e}{\Delta\sigma_x^b} \times 100 (\%), \quad R_y = \frac{\Delta\sigma_y^e}{\Delta\sigma_y^b} \times 100 (\%) \quad (4)$$

図-5に $\gamma_{\max}/2 = 0.92\%$ (本試験において応力がピークとなるせん断ひずみ)における R_x と R_y の値を示す。

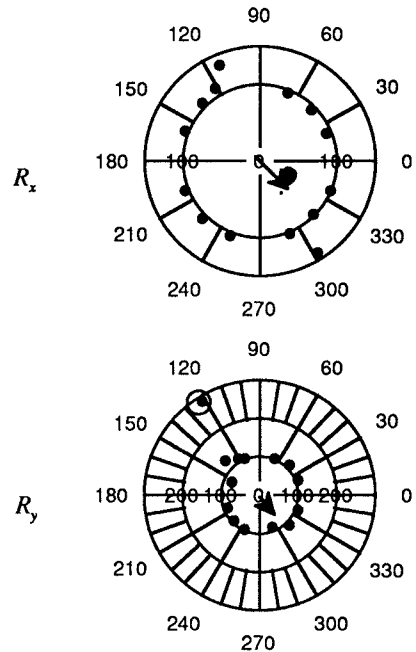


図-5 接線剛性行列による応力増分予測値の適合度

図中矢印は本試験におけるひずみ増分方向を表している。また R_y の図中の○で囲われた・は予測値の符号が逆であることを示す。

3. 考 察 本試験の結果の図-2より、外部的なひずみの主軸は x, y 方向に固定されているにも拘わらず、応力の主軸がピーク直前から徐々に傾いていることがわかる。この原因は要素内部の粒子移動が何らかの非対称モードに支配されるようになったためと考えられるが、実際図-1の変位ベクトルを観察すると、パッキングの右上半分にある粒子が左上方に、左下半分にある粒子が右下方に移動する傾向を見ることができる。これは変形局所化の発生と考えることができよう。図-3において、例えば、 K_{11} と K'_{11} は x 方向のみに伸縮を与えたときの剛性を示すが、両者の差や類似の差が複雑な増分非線形性の原因となって現れる。このような非線形性は古典的塑性論においては必ずしも表現することが容易ではない。図-4の固有値解析の結果からは、軟化状態に至ってもなお固有値が正の値に止まり安定であるという矛盾が生じているが、これは、図-5の結果からわかるように、本試験の載荷方向が局所化のために特殊な方向となっていることによる。この方向を除けば、接線剛性行列はかなりの精度で用いることができることを示している。

参考文献 1)岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析, 土木学会論文集, No.406 /III-11, pp.97-106, 1989.