

IV-424

地域の総合評価のための評価関数の推定方法

東京大学 学生員 ○初田 義人
 東京大学 正 員 清水 英範
 東京大学 正 員 中村 英夫

1. はじめに

国土・地域計画の目標は地域の厚生水準(住みやすさ)の向上とその格差の是正にある。したがって、計画策定の前提として、まずそれぞれの地域の総合的な厚生水準を合理的な方法で把握することが必要であり、筆者らはこのための総合評価手法の作成を試みている。そこでは要因の選好独立を仮定し、以下のような加法線形の評価関数を用いている。

$$U = \sum_{i=1}^n w_i \cdot u_i(x_i) \quad \cdots(1)$$

ただし、 U ; 厚生水準評価値

x_i ; 個々の評価要因 w_i ; 重み

$u_i(x_i)$; 個別の評価関数

本稿では、この重み w_i の推定方法について述べることにする。

2. 重み推定の基本的な考え方

(1) 一対比較アンケートに基づく重みの推定

重みを推定する方法には、まず厚生水準評価値に外的基準を与えるものが考えられる。具体的には評価対象となる実際の地域(例えば都市)の厚生水準の大小を計画者等の評価者に直接質問し、その回答結果を外的基準として重みを推定することができる。しかし、全国に及ぶ地域を完全な情報のもとに公正に比較することは困難であると思われる。そこで本研究では、外的な基準を与えずに各評価要因を一対比較することにより重みを推定する。一対比較アンケートには、Thurstoneの一対比較に代表される各評価要因の重要度の大小を質問するものと、どちらが何倍重要かという相対重要度を質問するものがある。前者では評価者が少ない場合には重みの推定が困難であるという問題点がある。後者は、重要度の大小のみならず何倍という情報を取り込むことにより漠然とはしているものの評価者の価値観をより深く探れる可能

性を有している。なお、近年普及しているAHPもこのアンケートを採用している。そこで、本研究では相対重要度を問う一対比較アンケートを実施することとする。

(2) 分散を明確に考慮した重みの推定

一対比較アンケートの回答結果は次のような性質を必然的に有している。3つの評価要因 x_i 、 x_j 、 x_k を考えた場合に、ある評価者の回答結果が、 x_i は x_j の2倍重要、 x_j は x_k の3倍重要、 x_i は x_k の5倍重要と得られたとする。この際本来ならば、 x_i は x_k の6倍重要となるべきであるが、回答結果においては5倍というような不整合が生じ生じる。このようにアンケートの回答結果には不整合が生じているのであるから、それをもとに推定した重みは分散を持って示されるべきである。また、それに基づく厚生水準評価値も分散を持って示されるべきなのである。そこで本研究では、一般逆行列を用いてこのような分散を明確に考慮する重みの推定方法を提案する。なお、相対重要度のアンケート結果に基づいて重みを推定する代表的なものであるAHPの枠組みの中ではこのような分散を考慮する方法は提示されていない。

3. 一般逆行列を用いた評価関数の推定方法

(1) 観測方程式の定式化

アンケートにより評価要因 x_i が x_j よりどれだけ重要かという相対重要度 a_{ij} が得られる。したがって、未知変量である重み w_i 、 w_j の観測方程式は次のようになる。

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \quad \cdots(2)$$

この式の対数をとると

$$\ln a_{ij} = \ln w_i - \ln w_j \quad \cdots(3)$$

$$A_{ij} = W_i - W_j \quad \cdots(4)$$

ただし、 $A_{ij} = \ln a_{ij}$ 、 $W_i = \ln w_i$ 、 $W_j = \ln w_j$
 この式を行列で表現すると以下のようなになる。

$$A = BW \quad \cdots(5)$$

ただし、 B ；係数行列

これは、差のみが観測量として与えられる誤差調整問題である。1つの重みを固定すれば最小2乗法により他の重みを推定することは可能であるが、固定した重みの分散を0と仮定したことになり不合理である。また、どの重みも固定しなければ不良設定問題となり重みの最確値を得ることは不可能である。そこで、本研究では重みの分散の和を最小にするという条件を加えることにする。これによりどの重みも固定せず、アンケート結果の不整合をそのまま重みに伝えることができる。この条件を加えた問題はムーア・ペンローズ型一般逆行列を用いて解くことが可能となる。

(2) Moore-Penrose (MP) 型一般逆行列

MP型一般逆行列は通常 B_{11}^{-} と表記され次のような性質がある¹⁾。

$$BB_{11}^{-}B = B \quad \cdots(6)$$

$$B_{11}^{-}BB_{11}^{-} = B_{11}^{-} \quad \cdots(7)$$

$$BB_{11}^{-} = (BB_{11}^{-})^t \quad \cdots(8)$$

$$B_{11}^{-}B = (B_{11}^{-}B)^t \quad \cdots(9)$$

この4個の条件を満たす一般逆行列は任意の行列 B について必ずただ1個存在し、これを用いて解いた解は分散の和が最小になることが証明されている²⁾。また、この逆行列は具体的には以下のような形をしている。

$$B_{11}^{-} = B^t B (B^t B B^t B)^{-} B^t \quad \cdots(10)$$

なお、本研究では、このMP型一般逆行列の近似形である以下のものを用いている。

$$B_{11}^{-} = \lim_{\delta \rightarrow 0} (B^t B + \delta I)^{-1} B^t \quad \cdots(11)$$

(3) 重みの推定

MP型一般逆行列を用いて(5)式を解く。すなわち、

$$W = B_{11}^{-}A \quad \cdots(12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \sigma_0^2 B_{11}^{-} (B_{11}^{-})^t \\ &= \sigma_0^2 B_{11}^{-} \quad \cdots(13) \end{aligned}$$

ただし、 σ_w^2 ； W の分散 σ_0^2 ；不偏推定量となる。

これは本来の重みの対数を取ったものであるから、本来の重み w とその分散 σ_w^2 は誤差伝播の法

則により、以下のようになる。

$$w = e^W \quad \cdots(14)$$

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial W} \right)^2 \sigma_W^2 \quad \cdots(15)$$

さらに、本研究では重みの総和を1とすることによって基準化を行った。すなわち、

$$w_i' = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad \cdots(16)$$

$$\sigma_{w_i'}^2 = \sum_i \left(\frac{\partial w_i'}{\partial w_i} \right)^2 \sigma_{w_i}^2 \quad \cdots(17)$$

となる。

このようにして重みの最確値とその分散を推定することができる。

4. 適用

提案した重みの推定方法を用いて全国の人口10万人以上の211都市を対象として総合評価を行った。アンケートの被験者は東京大学測量研究室のメンバーである。なお、用いた評価要因及び重みの推定結果、総合評価結果に関しては紙面の都合上割愛し、発表の際に示したい。

5. おわりに

本研究で提案する方法により、評価者の価値観の曖昧性や、複数の評価者の価値観の相違を明確に考慮した総合評価を行うことが可能となった。また、提案した手法は一般性の高いものであり、本研究のような地域の総合評価のみならず、都市計画のための居住環境評価や防災計画のための安全性評価等にも応用が可能である。

参考文献

- 1) 田島 稔他：現代測量学、日本測量協会、1981.
- 2) E.Mittermayer：A Generalisation of the Least-Squares Method for the Adjustment of Free Networks, Bull.Geodesique No.104、1972.
- 3) 森 忠次、町田 憲一：距離測量網の図形調整結果を用いたFree Networkの解法、土木学会論文集 No.440、1992.