

情報構造が不確実性下の開発戦略決定に及ぼす影響に関する研究

鳥取大学工学部 正会員 ○多々納裕一 鳥取大学工学部 学生会員 丸橋秀朗
鳥取大学工学部 正会員 小林潔司

1. はじめに

「開発」という行為は既存のシステムと人工のインフラストラクチャとを置き換えることによって、地域住民の福祉の向上や地域の経済的発展を誘発することを目的とする行為である。一般に、開発後にシステムを事前の状態に復元することは困難である。この意味で開発は将来時点における選択の多様性を減少させる不可逆な行為である。さらに将来時点における選択の多様性の減少は同時に情報の価値の減少をも意味する。一方、情報の価値は将来時点において行政主体が有する情報構造の詳細さにも依存する。将来に向かって我々の知識がより深化し、より詳細な情報構造を有するようになれば、開発に対する意思決定はいかに変化するのであろうか。本研究では、開発プロジェクトを実施するか、決定を留保するかという意思決定に直面する行政主体の行動を、計画時点以降無限期間にわたって生じる期待純便益の割引現在価値の最大化行動として定式化するとともに、情報構造の詳細さの違いが計画時点における意思決定に及ぼす影響について理論的考察を加える。

2. 開発戦略決定問題

(1) 選択可能集合 現在選択可能な行為を a で表し、その集合を A とする。行政主体は各期に「開発」($a = 1$) または「開発留保」($a = 0$) のいずれかを選択する。システムの状態は当該期に選択される行為 a によって完全に規定されると仮定すると、次期の選択可能集合は $G(a)$ と定義できる。

$$G(a) = \begin{cases} \{0, 1\} & (a = 0) \\ \{1\} & (a = 1) \end{cases} \quad (1)$$

一方、システムの外部状態 s は、定義により選択された行為 a に影響を受けず、 $S = \{1, \dots, m\}$ 上で定義される離散確率変数として取り扱う。

(2) 便益・費用 各期における便益 b や費用 c は、外部環境が確定した後に定まるとして仮定し、それぞれ次式のように定義する。ただし a' は現在期の選択で a は前の期の選択とする。

$$b = b(a', s), c = c(a, a', s) \quad (2)$$

また、 $b(\cdot), c(\cdot)$ に関して次のような仮定をおく。

仮定 1. 「意思決定の留保」($a = 0$) は各期の便益 b 及び費用 c を生じない。

仮定 2. 便益 $b(a', s)$ 、費用 $c(a, a', s)$ は、任意の $a' \in A, s \in S$ に対して有界である。

さらに、純便益 $nb(a, a', s)$ は次式で与えられる。

$$nb(a, a', s) = b(a', s) - c(a, a', s) \quad (3)$$

また、上述の仮定から $nb(\cdot)$ は次の性質を満たす。

性質 1. 任意の $s \in S$ に対し $nb(0, 0, s) = 0$ 。

性質 2. $nb(0, 1, s), nb(1, 1, s)$ は任意の $s \in S$ に対して有界である。

(3) 情報構造と学習 外部環境 s の集合 S は一定とし、メッセージ集合 Y と $S \times Y$ 上の条件確率行列 $\Lambda = [\lambda(y|s)]$ を用いて情報構造 $\mathcal{I} = [Y, \Lambda]$ を定義する。行政主体は、初期の主観確率分布 $\pi' = [\pi(s')]_{s \in S}$ と、次期期首までに得られる追加的メッセージ y をもとにベイズ推論を通じて、事後の主観確率分布 $\pi(y, \pi') = [\pi(s|y, \pi')]_{s \in S}$ へと更新する。

$$\pi(s|y, \pi') = \lambda(y|s)\pi'(s)/q(y|\pi') \quad (4)$$

ただし、 $q(y|\pi') = \sum_{s \in S} \lambda(y|s)\pi'(s)$ であり、 $q(y|\pi')$ はメッセージ y の生起確率を与えている。

(4) 行政主体の意思決定環境 行政主体は、あらかじめ外部環境の主観確率分布 π を持つおり、各自の持つ情報構造 $\mathcal{I} = [Y, \Lambda]$ によって次期の外部環境の主観確率分布を更新する。そして、現在選択可能な手段 $G(a)$ の中から総期待割引純便益を比較し、最大の便益が期待される決定を下す。よって、行政主体の意思決定環境 Γ は次のように定義できる。

$$\Gamma = [nb, \beta, G, \pi, S, \mathcal{I}] \quad (5)$$

(5) 行政主体の意思決定基準の定式化 y を来期期首までに行政主体が得るメッセージ、 a を今期の決定、 π' を今期期首における外部環境の主観確率分布、 a' を前期期首における決定とする。行政主体は、追加的な情報を利用し、開発の不可逆性、及びシステムの外部状態の不確実性を考慮した上で、無限期間にわたる純便益の現在価値を最大にするように次式に従って計画期首の選択 $a \in G(a')$ を決定する。

$$\max \left\{ \underbrace{\beta \sum_{y \in Y} V(a, \pi(y, \pi')) q(y|\pi'),}_{a=0} \underbrace{W(\pi)}_{a=1} \right\} \quad (6)$$

また、最適値関数 $V(a, \pi')$ 及び $W(\pi)$ は次式のように定式化される。

$$V(a, \pi') = \max_{a' \in G(a)} \sum_{s \in S} nb(a, a', s) \pi'(s) + \beta \sum_{y \in Y} V(a', \pi(y, \pi')) q(y|\pi')$$

$$W(\pi) = \sum_{s \in S} \left\{ nb(0, 1, s) + \frac{\beta}{1-\beta} nb(1, 1, s) \right\} \pi'(s)$$

ここで、最適値関数 $V(a, \pi')$ は次の性質を有することが導かれる。

補題1 $\forall a \in A$ に対して、最適値関数 $V(a, \pi')$ は π' について凸である。

3. 意思決定環境の違いが開発戦略に及ぼす影響

(1) 情報構造の詳細さ マルコフ行列の属を M で表し、 $B = [b_{ij}] \in M$ を用いて、情報構造の詳細さを Blackwell に従い、次のように定義しよう。

定義B 2つの情報構造 $I = [Y, \Lambda]$, $I' = [Y', \Lambda']$, $Y = \{1, \dots, n\}$, $Y' = \{1, \dots, n'\}$ に対して、次の条件 B_0 , B_1 を満たす $n \times n'$ 行列 B が存在するとき、情報構造 I は情報構造 I' よりも詳細な情報構造であるといい、 $I' \preceq_B I$ で表す。

$$B_0) B \in M, B_1) \Lambda' = \Lambda B$$

定義θ 2つの情報構造 $I = [Y, \Lambda]$, $I' = [Y', \Lambda']$, $Y = \{1, \dots, n\}$, $Y' = \{1, \dots, n'\}$ 、及び任意の主観確率分布 π_0 に対して、次の条件 θ_0 , θ_1 , θ_2 を満たす $n \times n'$ 行列 $\theta = [\theta_{yy'}]$ が存在するとき、 $I' \preceq_\theta I$ である。

$$\begin{aligned} \theta_0) \theta^T \in M, \theta_1) \pi'(y, \pi_0) &= \pi(y, \pi_0)\theta, \\ \theta_2) q(\pi_0) &= \theta q'(\pi_0) \end{aligned}$$

補題2 任意の I' , I の下で、 $I' \preceq_B I \Leftrightarrow I' \preceq_\theta I$ が成立する。

補題3 任意の π について $\psi(\pi)$ を凸としたとき、以下の関係が成り立つ。

$$I' \preceq_\theta I \rightarrow$$

$$\sum_{y \in Y} \psi(\pi^{I'}(y, \pi)) q^{I'}(y|\pi) \leq \sum_{y \in Y} \psi(\pi^I(y, \pi)) q^I(y|\pi)$$

意思決定環境 $\Gamma^k = [nb, \beta, G, \pi, S, I^k]$ の下での行政主体の意思決定を $a^{I^k}(\pi)$ と定義すると、補題1～3より以下の命題が導かれる。

命題 $I^2 \preceq_B I^1 \rightarrow$ 任意の π について $G(a^{I^2}(\pi)) \subseteq G(a^{I^1}(\pi))$

したがって、意思決定者である行政主体がより詳

細な情報構造を持てば、より選択機会の多様性に富む行為が選択されやすいということが明らかになった。

4. 数値計算例

$$S = \{1, 2\}, \pi = \{p, 1-p\}, \beta = 0.65, Y = \{1, 2\}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 - \lambda_1 \\ 1 - \lambda_2 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \lambda_2 = 0.8,$$

$$nb(0, 1, s) = \begin{cases} -5.0 & (s=1) \\ 3.0 & (s=2) \end{cases},$$

$$nb(1, 1, s) = \begin{cases} -3.0 & (s=1) \\ 5.0 & (s=2) \end{cases}$$

として、数値計算を行った結果を図-1, 2 に示す。

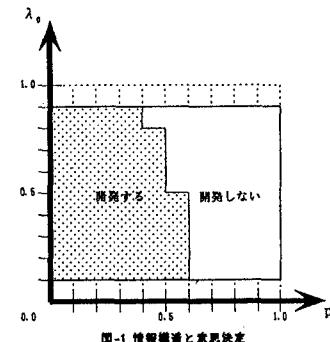


図-1 情報構造と意思決定

λ_2 を一定とすれば、 λ_1 が大きいほど情報構造はより詳細である。図-1の結果は命題1の結論と一致している。

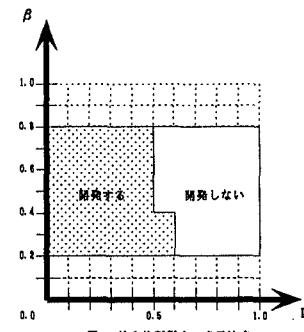


図-2 社会的割引率と意思決定

図-2は社会的割引率と意思決定の関係を示している。この図から社会的割引率が高いほど、より開発が選択されやすいことが分かる。

5. おわりに

本研究では、情報構造の詳細さの違いと計画時点における行政主体の意思決定との関係を分析した。その結果、知識が深化し情報構造がより詳細になれば、開発により留保されやすいことが明らかになった。