土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

Ⅳ－17

縦列収受方式の処理能力に関する研究

名古屋工業大学　学生員　○長瀬　正紀
正会員　松井　寛
正会員　藤田　素弘

１．はじめに

料金所は交通渋滞の原因となるボトルネックの１つに挙げられ、渋滞緩和のためには単位時間あたりの処理台数を大きくする必要がある。縦列収受方式は料金所の交通容量を大きくするための一方策で、窓口を縦に２つ設置することによって同時に２台がサービスを受けられるようにしたものである。新たな場所をとらないため高架部でも取り入れやすいが、サービス時間の違いなどから混雑時でも窓口の不可避の遊休時間が発生してしまうことが欠点となっている。

２．窓口の状態

縦列収受方式では窓口の状態が５通り生じる。窓口が空いている状態を０、サービス中である状態を１、サービスが終わった車が窓口を占有している状態をｂ(blockage：閉塞)で表し、後方(手前)の窓口、前方(奥)の窓口の順に記すと、００，０１，１０，１１，ｂ１の５種類で表される。窓口が各状態である確率はp_{00}のように表すものとする。

３．最大処理能力

ここでは窓口が飽和した状態が続き常に行列ができている状況を考える。このような状況では不可避の遊休時間以外に窓口に遊休時間は発生せず、単位時間あたりの処理台数は最大になると考えられる。このときの単位時間の処理台数を最大処理能力と定義する。窓口の状態はサービス終了のみによって変化するので単位の到着については考えなくてよい。サービス時間がランダムで指数分布に従うとすると、十分小さい時間間隔Δtの間に１単位のサービスが終わる確率は$\mu\Delta t$で表される。Δtの間に２単位以上のサービスが終わる確率は無視できるものとする。常に行列ができている場合、窓口の状態は１０，１１，ｂ１に限定され、このときの窓口の変化とその確率を表－１に示す。ここから状態方程式を立て、定常状態の差分方程式の形にしたものが以下の３式である。

表－１　飽和状態での窓口の変化と確率

t+Δt ＼ t	１０	１１	ｂ１
１０	$1-\mu\Delta t$	$\mu\Delta t$	
１１	$\mu\Delta t$	$1-2\mu\Delta t$	$\mu\Delta t$
ｂ１		$\mu\Delta t$	$1-\mu\Delta t$

$$-\mu p_{10}+\mu p_{11}=0$$
$$-2\mu p_{11}+\mu p_{10}+\mu p_{b1}=0$$
$$-\mu p_{b1}+\mu p_{11}=0$$

この連立方程式を解くと、

$$p_{10}=p_{11}=p_{b1}$$

となり、$p_{10}+p_{11}+p_{b1}=1$を考えると各確率は１／３である。このとき、窓口状態１１では２単位、それ以外は１単位のサービスを行っているので、ある時間断面でサービスを行っている平均数は、

$$1\times p_{10}+2\times p_{11}+1\times p_{b1}=4/3$$

のように求められる。単一窓口飽和状態でのサービス数は１単位であるから、縦列収受方式を取り入れることにより最大処理能力は単一窓口の４／３倍になるといえる。つまり約33％の向上となる。

同様に３縦列にした場合の最大処理能力を求めてみると、単一窓口の18／11倍、約64％の向上という結果となった。

ここまでランダムなサービス時間を考えてきたが、一定サービス時間の場合、飽和状態では２単位同時にサービスを開始し同時にサービスが終わることの繰り返しになる。窓口の状態は１１のみで遊休時間は発生しない。したがって一定サービス時間の場合の最大処理能力は単一窓口の２倍、100％の処理能力向上となる。

サービス時間分布がアーラン分布になる場合の最大処理能力はシミュレーションにより求めた。アーラン分布の位相ｋ＝１，２，５，10について、それぞれ5000単位ずつ乱数系列を変えて10回、計 50000

単位のシミュレーションを行い、その結果を表－２に示す。平均サービス時間を１とおいてシミュレーションを行ってもよいが、ここでは平均サービス時間を具体的に８秒と仮定した。これは均一料金制の料金所の設計に一般的に用いられている値である。飽和状態では位相が大きくなるほど処理台数も増えるといえ、位相２では約46%、位相５では約61%、位相10では約70%の処理能力向上となっている。

表－２　最大処理能力のシミュレーション結果

位相	5000単位終了時刻（分）	平均サービス時間（分）	単位時間処理台数（台/分）	処理能力比	前方窓口遊休時間（分）	後方窓口遊休時間（分）
1	501.867	0.133577	9.96498	1.33333	166.141	168.454
2	459.160	0.133656	10.8903	1.45547	125.365	124.674
5	415.940	0.133488	12.0216	1.60706	81.2917	82.1499
１０	391.671	0.133399	12.7663	1.70295	58.4071	57.9436

４．シミュレーションによる一般的な場合の解析

より一般的な場合に対応するため、到着間隔・サービス時間分布を与えて解析するプログラムを作成しシミュレーションを行った。平均サービス時間は最大処理能力を求めた場合と同じく８秒としている。平均到着間隔をサービス時間と等しい８秒，飽和状態に近い６秒，サービス時間の倍の16秒の３通り、アーラン分布の位相をｋ＝１，５の２通り仮定し、これらの組み合わせについて解析した。いずれも5000単位のシミュレーションを乱数系列を変えて４回ずつ行った。この結果を表－３に示す。この結果より次のようなことがいえる。

・窓口が完全に飽和し続けていない状態では、分布形が変わったことによる処理能力の差はほとんど表れない。

・待ち単位数、待ち時間、行列長などは、アーラン分布の位相が大きくなるほどいずれの値も小さくなる傾向にある。

・窓口が飽和状態に近い場合、待ち時間や行列長はサービス時間分布の位相により大きな影響を受ける。逆に交通容量に余裕がある場合、サービス時間分布より到着間隔分布の位相により大きな影響を受ける。

５．まとめ

(1) 常に行列が出来ている状態での最大処理能力は、単一窓口の場合と比べ、ランダムサービス時間で33%、一定サービス時間では100%の向上が見込める。またアーランサービス時間では位相が大きくなるほど処理能力向上の度合いが大きくなるといえる。

(2) 単位時間あたりの処理台数は、窓口が飽和しているときはサービス時間分布の位相に依存する。このことから実際の料金所で飽和状態時に処理能力を向上させるためにはサービス時間をできるだけ一定にすることが重要となる。また、窓口が飽和していないときは、単位時間の処理台数は分布の位相に関係なく到着間隔のみに依存する。

(3) 到着間隔分布・サービス時間分布をアーラン分布にすると、どちらも位相が大きくなるほど待ち時間や行列長が小さくなる。飽和状態に近いほどサービス時間分布が、窓口に余裕があるほど到着間隔分布が、待ち時間・行列長等を小さくすることに対してより強い影響力を持つ。

以上が本研究の結論である。実際の具体的な例を分析し、現実に即した解析を行うことが今後の課題であるといえる。

表－３　各シミュレーション結果の平均

乱数による平均到着間隔	乱数の平均サービス時間	到着位相	サービス位相	単位時間あたりの処理台数	行列に並ぶ単位の割合	全単位の平均待ち時間	待ち単位の平均待ち時間	窓口1の遊休時間	窓口2の遊休時間	全単位の平均行列長	待ち単位の平均行列長	最大行列長
0.1005	0.1332	1	1	9.7683	0.9614	4.2198	4.3610	176.03	181.95	41.300	43.408	116.25
0.0997	0.1340	5	1	9.8187	0.9753	5.6812	5.7953	174.25	174.21	55.489	57.023	122.5
0.1005	0.1329	1	5	9.9436	0.7447	0.2260	0.3031	150.84	190.67	2.250	3.856	19.75
0.1001	0.1335	5	5	9.9910	0.6152	0.0816	0.1325	143.82	189.67	0.815	1.872	8.75
0.1341	0.1332	1	1	7.4572	0.6302	0.2860	0.4517	290.06	385.30	2.135	4.313	25
0.1329	0.1340	5	1	7.5207	0.5084	0.1533	0.3015	254.84	404.73	1.153	2.851	15.25
0.1340	0.1329	1	5	7.4604	0.4784	0.0726	0.1517	284.32	391.96	0.542	1.977	9.75
0.1334	0.1335	5	5	7.4935	0.2747	0.0208	0.0756	250.47	416.60	0.156	1.215	4.75
0.2682	0.1332	1	1	3.7291	0.2038	0.0403	0.1976	858.79	1157.4	0.150	1.688	7.75
0.2657	0.1334	5	1	3.7629	0.0728	0.0106	0.1459	773.12	1214.4	0.040	1.233	4
0.2681	0.1329	1	5	3.7304	0.1583	0.0150	0.0947	869.58	1147.1	0.056	1.276	5.5
0.2668	0.1335	5	5	3.7472	0.0205	0.0012	0.0585	753.52	1247.7	0.005	1.015	2

[参考文献]「待合わせ理論とその応用」，日刊工業新聞社