

Ⅲ-375

ARMAモデルの予測問題(沈下等)への適用

清水建設(株) 正 脇田英治

1. はじめに：時系列データとは時間の経過と共に変動する現象の記録である。さまざまな自然現象において、現在の状態が過去の動きと全く無関係であるということはまれである。自然現象について、時系列データを用いて将来の動向を予測するためには、現在の状態と過去の状態の関係を明らかにする必要がある。そして、得られた支配方程式により将来予測を行うことが可能となる。ARMA(自己回帰移動平均)モデルはそのような支配方程式として代表的なものである。ここではARMAモデルを用いた沈下予測法を比較、検討すると共に、ARMAモデルの適用例の一つとしてカオスへの適用性について検討する。

2. 沈下問題への適用：時系列データは本来、連続的に変化する場合が多いのであるが、その観測を一定時間間隔 Δ で行うと、離散時間状態量を得ることができる。その j 番目の観測値を $Y(j)$ と表わす。 j は正の整数で、 $j=1, 2, \dots$ である。時系列データをARMAモデルを用いて表すと次のようになる。

$$Y(j) = \sum_{i=1}^k \{a(i) Y(j-i) + b(i) u(j-i)\} + e(j) \quad (1)$$

ここに、 k は次数、 $Y(j-1), Y(j-2), \dots$ は j 番目より以前の $(j-1), (j-2), \dots$ 番目の観測値であり、 $u(j-1), u(j-2), \dots$ は同様に、 j 番目より以前の荷重値である。ARMAモデルは船舶の航行、ロボットの制御など、制御工学の分野等で適用され成功を修めている。

話題を軟弱地盤における圧密沈下の将来予測の問題に限定すると、過去に、ARMAモデルを適用した沈下予測法としては次のようなものがある。

- a) 浅岡法^{1,2)}・・・ARMAモデルの入力項を定数とおいたもの。ただし、浅岡法には漸増荷重用と一定荷重用があるが、ここではARMAモデルに相当する後者のみを指している。
- b) 脇田法^{3)~8)}(仮称)・・・ARMAモデルの入力項を変数とおいたもの。

両者を沈下モデル(パラメータの同定法は除外して)について比較してみると、相違点は入力項を定数とするか、変数として扱うかという点である。荷重が変化しない問題を取り扱う場合においては両者は全く同一の沈下モデルとなる。脇田法の特徴は変数としての入力項(荷重変化)を解析に取り入れるることにより、荷重が変化する問題への適用性の拡張と早期予測をねらいとしている点である。

図-1は上述したARMAモデルと圧密方程式などとの関係を示している。図に示されているように、ARMAモデルは既往の代表的な圧密理論であるBiotの圧密理論、およびTerzaghi、三笠の圧密方程式など既往の代表的な圧密方程式と一般形では等価な普遍性の高い支配方程式である³⁾。また、ARMAモデルと図-1に示す離散系沈下モデル、連続系沈下モデルは等価である。そして、これらの式間のパラメータの変換は容易に行うことができる³⁾。

観測データを用いる沈下予測において、ARMAモデルの優れた点の一つは式に含まれるパラメータの数

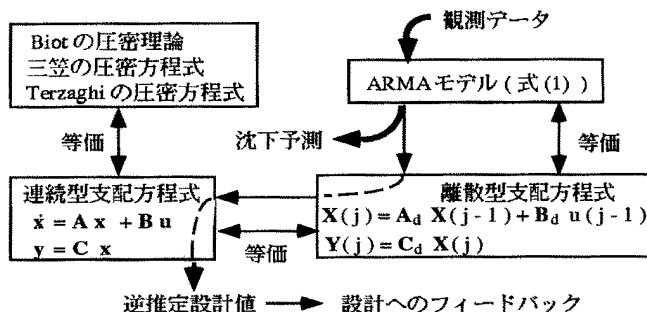


図-1 沈下支配方程式間の相関関係

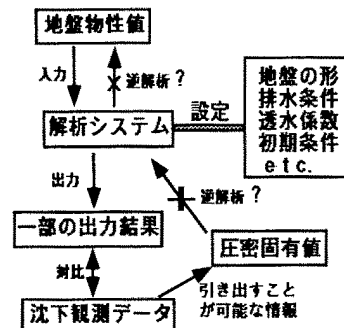


図-2 有限要素法による逆解析における矛盾

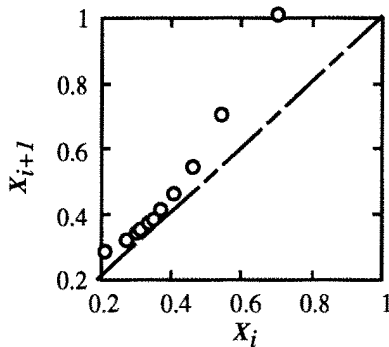


図-3 式(2)に基づく時系列データのポアンカレ・マップ

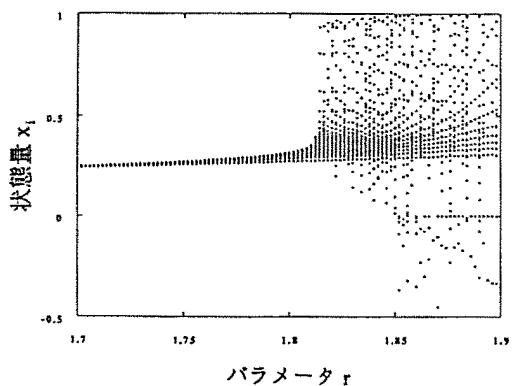


図-4 分岐ダイアグラム

が少ないという点であり、それが予測精度を高める結果に結びついている。このことは有限要素法による圧密の順解析プログラムを用いて、沈下観測値から地盤物性値を逆算する方法と比較すると明白である。つまり、沈下に関して観測値から技術者の引き出せる情報はせいぜい1～2個の圧密固有値だけである。それを説明する地盤の形、境界条件、排水条件、透水係数、地盤物性値の組み合わせは無数通り存在し、固有値の観測からそれらを個別に逆算することは本来不可能である。ところが、前述のFEMによる方法の場合、図-2に示すようにこれらのうち、不明なものを設定して、その上で逆算することになる。これでは精度の高い解は得ることは望めないと考えられる。

3. カオスへの適用: カオスとは一見ランダムに見える時系列データが実は法則に支配されて挙動しているものである。地盤工学の分野でカオス挙動を示すものとしては、地震・液状化、気候・環境やそれによる変動、沈下の空間的な分布などが考えられる。ARMAモデルを用いるとカオス挙動を示す時系列データを次のように構成することができる。ARMAモデルを次式で表す。

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{A} \mathbf{X}_i + \mathbf{B} u_i \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ はパラメータベクトル、 $\mathbf{X}_i$ は状態量ベクトル、 u_i は入力荷重である。 i ステップの状態量 $\mathbf{X}_i$ に反応して、システムが $(i+1)$ ステップで、以下で表わされる荷重 u_{i+1} を返すとする。この場合、パラメータ $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ の値によりシステムはカオス挙動を示す場合とそうでない場合がある。一例として、式(2)において $\mathbf{A} = [r]$, $\mathbf{B} = [1]$, $u_{i+1} = -17.47 X_i^4 + 26.95 X_i^3 - 12.4 X_i^2 + 1.05 X_i$ と置いてみる。

図-3はその場合の離散データ列をポアンカレ・マップ(ポアンカレ・マップとは、この図のように離散データ列を横軸に時間ステップ i の値、縦軸に次の時間ステップ $i+1$ の値の組に整理して、プロットしたもの)に整理したものである。図-3は間欠性カオスに見られる典型的なポアンカレ・マップのパターンとなっている。また、図-4はこの時のパラメータ r と状態量 X_i との関係を表している。 r の値がしだいに大きくなるにつれて、その挙動がしだいにカオスになっていく様子が観られる。つまり、カオスを生み出すしくみの一つとして、このようなARMAモデルが考えられる。

参考文献: 1) 浅岡, 野津: 観測的方法による圧密沈下の線形予測, 土と基礎, 41-2 (421), pp.5-10, 1993.

2) A. Asaoka: Observational Procedure of Settlement Prediction, Soils and Foundations, Vol. 18, No.4, 1978.

3) 脇田: 観測データによる圧密沈下予測, 土木学会論文集, No. 457 / III - 21, 1992.12.

4) 脇田: 適応観測器による圧密沈下予測, 土木学会論文集, No. 481 / III - 25, 1993.12.

5) 脇田, 松尾: 沈下管理システムとその適用法, 土木学会論文集, No. 487 / III - 26, 1994.3.

6) 脇田, 松尾: 軟弱地盤上に施工された盛土の除荷後沈下, 土木学会論文集, No. 493 / III - 27, 1994.6.

7) E. Wakita, M. Matsuo: Observational design method for earth structures constructed on soft ground,

Geotechnique, The Institution of Civil Engineers, U.K., XLIV, No.4, 1994. 12.

8) 脇田, 氏家, 熊谷: 建物の沈下の観測的予測法とその適用性の検討, 構造工学論文集, Vol.41B, 1995.4.