

京都大学工学部 土岐 憲三

京都大学工学部 田村 武

京都大学大学院 ○山田 康弘

1. はじめに 砂質土などの粒状体の力学挙動を調べる1つの方法として, 個々の粒子の運動から全体的な応力-ひずみ関係を導くことが試みられる. たとえば, 個別要素法や粒状要素法¹⁾はその代表的な手法である. しかし, これまでの方法では粒子間の相互作用を決定するために, 物理的に必ずしも意味の明確でない「粒子間バネ係数」のような定数を仮定しなければならない. 本研究では, 「粒子の集合体の運動は弾性変形ではなく, 粒子間のすべりなど塑性的な変形が支配的である」という前提に立って, 剛体粒子間の塑性定数のみを仮定しながら集合体の極限解析を行い, 求められた極限荷重の大きさから粒子間の塑性定数と粒状体全体の塑性定数の関係を調べた.

2. 極限つりあいの解法 粒状体の極限解析法については別途²⁾詳しく述べたが, ここでは図-1のように等半径円形要素(直径を D とする)を2個並べた場合について概略を説明する. まず, 以下の仮定を設ける.

1) 要素 i の速度場は図-2のように定義する.

2) 接点 $k(k=1, 2, 3, 4)$ で滑りが生じる場合, 接線方向に粘着力 C_k が働く.

ただし, ここでは粘着力 C_k を本来の[力/面積]ではなく, 「各接点に働く力」という意味で用いた. また, 粘着力ではなく摩擦力を考慮すべきであるが, 以下の計算を簡単にするため「垂直力に依存しない摩擦力」という意味で粘着力を用いた.

図-1の右側の剛体壁を左方に押す力 P が徐々に増加し, 粒子が運動を始める瞬間の速度場および極限荷重 P の値を求める. このとき, 各要素に働くすべての力はつりあっていなければならないので, 各要素についてつりあい式をたてて解けばよい. ところが, 動き方が違えば粘着力の作用する方向は異なるので, 要素数が増えると場合分けしてつりあい式を解くことが困難になる. そこで, つりあい式を解くことと等価な上界法³⁾を用いて, 極限荷重 P および初期の速度場を求めることにする.

各接点で要素が滑らずに転がる場合には塑性的なエネルギーは消費されないが, 滑りが生じると消費される. そこで, 全接点での単位時間に消費される塑性的なエネルギーの和と荷重 P のなす仕事率とを等値すれば, P の上界値が与えられる. これを図-1の場合で具体的に示せば,

$$P \cdot \dot{\delta} = \sum_{k=1}^4 C_k |S_k| = C_1 | -2\dot{\delta} + r\dot{\theta}_1 + r\dot{\theta}_2 | + C_2 | r\dot{\theta}_1 | + C_3 | \sqrt{3}\dot{\delta} + r\dot{\theta}_2 | + C_4 | r\dot{\theta}_1 | \quad (1)$$

のようになる. 外力 P の仕事率が正であるようなすべての速度場に対して, 式(1)より定まる P を最小化すれば正しい極限荷重と速度場が見つかる. 一般性を失うことなく $\dot{\delta} = 1$ とできるので, そのようにしたあと線形計画法により P の最小化を行った.

3. 解析結果 図-3の2つの例に示すように, 規則的な配置の粒状体を対象とする. 表-1に計算された極限荷重 P の大きさを示す. M は横の配列数, N は縦の配列数を表す. 微視的な塑性定数として, 要素と要素の間の粘着力 C_p , 要素と周囲の壁の間の粘着力 $C_w (= 2C_p)$ を用いる. 表-1で縦方向に1層増えるときの極限荷重の増加量(表の下に4種類の増加量の記号を示す)を見ると, 例えば, $M=10$ では N の周期を9として, $M=8$ では N の周期を7として, 規則正しく P の値が増加している. すなわち, 縦方向の増加量は周期 $(M-1)$ をもつことがわかる. そこで, $M=4$ の場合で1周期分だけ異なる $N=2, 5$ の力の状態を図-3(a), (b)に示した. 図の太線, 細線はそれぞれ同じ大きさの力が伝わっていることを表す. これによると, M が一定で N が1周期分だけ異なるものには, 類似した力の伝わり方が見られる. 表-1の値は計算から求め

たものであるが、表に現れる数値の規則性から M や N が十分大きくなった場合の結果を直ちに知ることができる。たとえば、 N が十分大きい場合に、極限荷重 P を辺の長さで除した値 $\sigma = P/(ND)$ が、 M とともにどのように変化するかを調べたものが図-4である。この図より σ は、 M とともに $4C_p/D$ に収束することがわかる。これは、表-1で M が大きくなるほど増加量 $4C_p$ の頻度が相対的に大きくなることから明らかである。以上のことから、このような規則配列の場合、巨視的な粘着力 $c_G = \sigma/2$ は

$$c_G = \frac{\sigma}{2} = \frac{2C_p}{D} \quad (2)$$

として換算することができる。

4. まとめ 一様な大きさの剛体円形要素群に対し極限解析を行った。解析では上界定理に線形計画法を適用して、極限荷重 P を求めたところ、 P の値と縦横の配列数との間には規則性があった。また、 M, N を無限大にすると、この規則性から微視的な粘着力と巨視的な粘着力の関係を付けることができる。今後、不規則配列の場合や摩擦角についても検討してみたい。

参考文献 1) 土質工学会：粒状体の力学，1993。 2) 土岐憲三，田村 武，山田康弘：粒状体の極限解析に関する基礎的研究，第30回土質工学研究発表会講演集（予定），1995。 3) T. Tamura, S. Kobayashi and T. Sumi: Limit Analysis of Soil Structure by Rigid Plastic Finite Element Method, Soils and Foundations, pp.33-42, 1984。

表-1 P の値 ($C_p=1.0$ $C_w=2.0$) ($\times C_p$)

11			{ 49.294	{ 47.196	
10		{ 48.758	{ 43.196	{ 41.830	{ 41.830
9		{ 42.660	{ 39.196	{ 37.830	{ 35.732
8		{ 38.660	{ 35.196	{ 33.830	{ 31.732
7		{ 33.294	{ 29.830	{ 27.732	{ 27.732
6	{ 41.052	{ 27.196	{ 25.830	{ 23.732	{ 23.732
5	{ 33.588	{ 23.196	{ 19.732	{ 19.732	{ 19.732
4	{ 26.124	{ 17.830	{ 15.732	{ 15.732	{ 14.366
3	{ 18.660	{ 11.732	{ 11.732	{ 10.366	{ 10.366
2	{ 11.196	{ 7.732	{ 6.366	{ 6.366	{ 6.366
1	{ 3.732	{ 2.366	{ 2.366	{ 2.366	{ 2.366
N/M	2	4	6	8	10

{ 7.464 [5.366 (4.0 { 6.098 --- 増加量

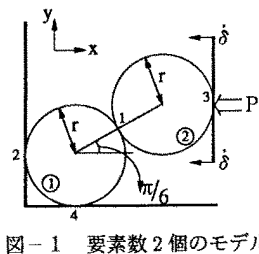


図-1 要素数2個のモデル

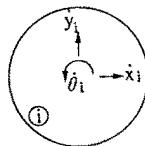


図-2 速度の定義

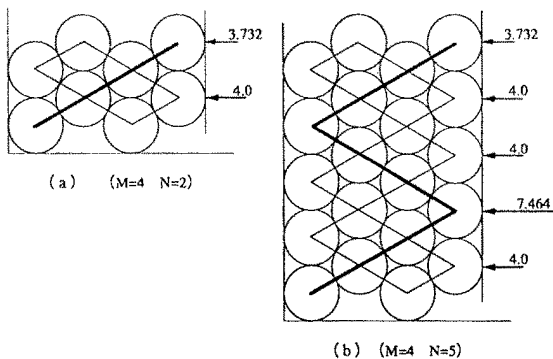


図-3 力の伝わり方

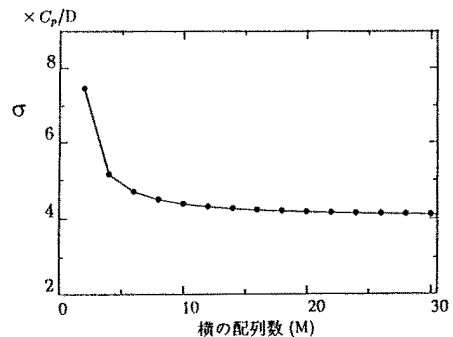


図-4 応力と配列の関係