

Ⅲ-368

非局所理論とひずみ勾配の高次項の役割

神戸大学自然科学研究科 学生会員 ○ 金 永民 神戸大学工学部 正会員 桜井 春輔

1. はじめに

変形の局所化挙動は地盤材料の破壊と密接な関係を持つ重要な前兆破壊と考えられている。岩石のような地盤材料が荷重を受けると、塑性変形に伴い不均一で局所的な変形が発生する。均一変形から不均一な局所化変形への移行は、系の分岐であるし、そこでの不安定性の抑制による新たな秩序の形成は、材料の非線形、非局所性によってコントロールされていると考えられる。このような微視的な材料の不均一性を取り入れる方法としてひずみ勾配の高次の項を導入する事による非局所理論が提案されている。そこで、本研究では、従来の粘塑性体に対応した速度依存性構成式を非局所形に一般化し、その構成式を用いて岩石の一軸圧縮実験の数値シミュレーションを行い、相当粘塑性ひずみの勾配が材料の変形の局所化に及ぼす影響やひずみの局所化のメッシュサイズ依存性の除去について検討を行う。また、ピーク以後のひずみ勾配の高次の項の役割を検討する。

2. 解析手法の概要

ZbibとAifantisは、材料中の様々な相互作用を表現する方法として以下のようにひずみ及びひずみ速度の勾配を導入することによって、従来の局所形構成式を非局所形に一般化する事を提案した¹⁾。

$$\tau = \tau(\gamma, \dot{\gamma}) + w(\nabla^2 \gamma, \nabla^2 \dot{\gamma}, \nabla^4 \gamma, \nabla^4 \dot{\gamma}) \quad (1)$$

ただし、 τ は応力、 γ および $\dot{\gamma}$ は、それぞれひずみおよびひずみ速度である。 ∇^2 はラプラスの演算子であり、右辺第二項が非局所効果を表わしている。本研究では、式(1)を相当粘塑性ひずみおよび相当粘塑性ひずみ速度を含んだ形式に改め、次に示すような形式を用いる。

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^{vp}, \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}) - C_1 \nabla^2 \bar{\epsilon}^{vp} - C_2 \nabla \bar{\epsilon}^{vp} \cdot \nabla \bar{\epsilon}^{vp} - C_3 \nabla^4 \bar{\epsilon}^{vp} \quad (2)$$

ここで、 C は材料定数である。また、仕事等価原理(work equivalent principle)によって、非局所相当粘塑性ひずみ速度を以下に定義する。

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{vp} = 1/\bar{\sigma}(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}) \quad (3)$$

一方、局所ひずみ成分を持つ非局所形粘塑性体は、つぎの応力-ひずみ増分関係で表わすことができる²⁾

$$\bar{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} (\bar{\epsilon}_{kl} - \dot{\bar{\epsilon}}_{kl}^{vp}) \quad (4)$$

ここで、 $\bar{\epsilon}_{kl}$ は局所ひずみ速度であり、 $\dot{\bar{\epsilon}}_{kl}^{vp}$ は非局所粘塑性ひずみ速度を表わす。

非局所粘塑性ひずみ速度については、非関連流れ則に基づき、 g を塑性ポテンシャルとして次のように表わす。

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{ij}^{vp} = \dot{\eta} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\eta} p_{ij} \quad (5)$$

いま、時刻 t および $t + \Delta t$ における非局所相当粘塑性ひずみ速度を、それぞれ $\dot{\bar{\epsilon}}_t^{vp}$ および $\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t}^{vp}$ とすると、時間間隔 Δt の非局所相当粘塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\epsilon}^{vp}$ は、 $\dot{\bar{\epsilon}}_{t+\Delta t}$ を時間 t についてTaylor級数展開して線形補間を用いて近似できる。

$$\Delta \bar{\epsilon}^{vp} = \Delta t [\dot{\bar{\epsilon}}_t^{vp} + \Theta \Delta t (\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}} \dot{\bar{\epsilon}}^{vp})] \quad (6)$$

また、相当応力速度は、降伏関数の適合条件を考慮して、式(3)を(6)に代入して $\Delta \dot{\eta}$ について解くとつぎのようになる。

$$\Delta \dot{\eta} = \Delta t [\frac{\dot{\eta}_t}{1+\xi} + 1/h Q_{ij} \epsilon_{ij} \frac{\zeta}{1+\xi}] \quad (7)$$

ここで、 $\dot{\eta}_t = \dot{\bar{\epsilon}}_t^{vp} \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \sigma_{ij} p_{ij}}$ 、 $\zeta = (\Theta \Delta t) h \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \sigma} \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \sigma_{ij} p_{ij}}$ 、 $h = p_{ij} q_{ij} - (\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}})(\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}^{vp}}{\partial \sigma})^{-1} \frac{\sigma_{ij} p_{ij}}{\sigma}$ である。式(7)の両辺を Δt で割り、 $\dot{\eta}$ を求めて式(4)に代入し、整理するとつぎの非局所形構成式を得る²⁾。

$$\bar{\sigma}_{ij} = (D_{ijkl} - 1/h \frac{\zeta}{1+\xi} p_{ij} Q_{kl}) \bar{\epsilon}_{kl} - \frac{\dot{\eta}_t}{1+\xi} p_{ij} \quad (8)$$

一方、つぎのような非局所相当粘塑性ひずみ速度を導入する。

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{vp} = \dot{\bar{\epsilon}}_p [\frac{\dot{\sigma}}{g(\dot{\bar{\epsilon}}^{vp})}]^{1/m} \quad (9)$$

3. 有限要素解析結果と考察

相当応力に相当粘塑性ひずみの勾配を導入した非局所形ひずみ速度依存構成式を用いて、Mohr-Coulomb非関連流れ則の岩石材料について、一軸圧縮平面ひずみ実験をシミュレートする（ここでは、ひずみの2階勾配のみ考慮）。変形の対称性を考慮して第一象限のみを解析する（供試体上端面の水平変位はゼロ）。有限要素解析結果のメッシュサイズ依存性を検討するために、同じ大きさの岩石供試体をCrossed Triangle要素で50, 200及び800分割してそれぞれモデル化した。構成式に用いられている材料定数はTable-1に示す。図-2にみかけの軸ひずみ0.5%の時の試料断面a-aに対しての相当塑性ひずみ分布を示す。この図により、非局所形構成式を用いた結果はメッシュサイズ依存性を取り除くことができる。また、その時のひずみ勾配の高次の項を調べた結果を図-3に示している。ひずみ勾配の1階勾配はrandomに分布し、その2乗の分布はせん断帯に少しはずれて正の値を持って現れている。また、ひずみ勾配の2階勾配はせん断帯にそって負の値を持って、局所化を抑制する事がわかる。更に、ひずみ勾配の4階勾配は負の値を持つ二つのせん断帯を表わしている。

Table-1

E	弾性係数	121000 kg/cm ²
ν	ポアソン比	0.31
c	粘着力	100 kg/cm ²
ϕ	内部摩擦角	40°
ψ	ダイレイタンス角	0°
h	線形軟化係数	-300 kg/cm ²

参考文献

- 1) Zibb, H. M., Aifantis, E. C., E. C. Res. Mechanics 23, 261-277, 1988
- 2) 金永民、桜井春輔、第30回土質工学研究発表概要集に投稿中

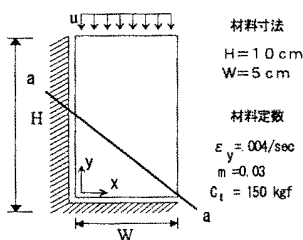
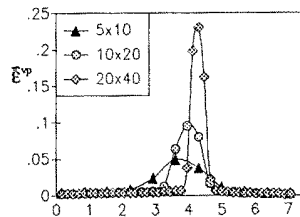
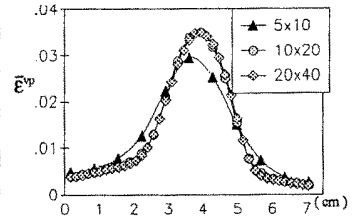


図-1 対称破壊モード解析モデル

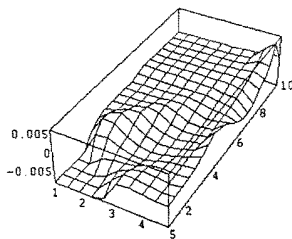


(a) 局所形

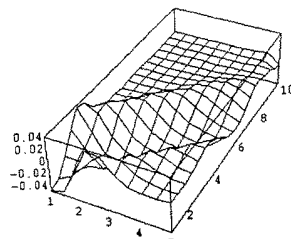


(a) 非局所形

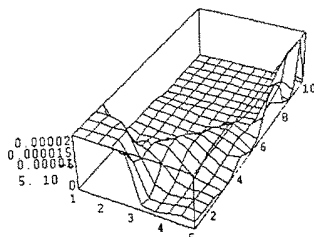
図-2 相当塑性ひずみ分布



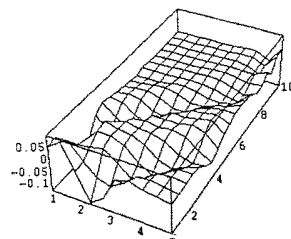
(a) ひずみ勾配の1階の項



(c) ひずみ勾配の2階の項



(b) ひずみ勾配の1階の2乗の項



(d) ひずみ勾配の4階の項

図-3 ひずみ勾配の高次項の分布