

## III-366 弹塑性有限要素法による模型支持力実験解析への選択減退積分要素の利用

東急建設技術研究所 正会員 大河内保彦  
UMIST UK F. Molenkamp

## 1. はじめに

筆者等は、低拘束圧の三軸試験にカーブフィットさせて土質パラメータを決定して弾塑性有限要素解析を行った。この結果比較的良く極限支持力を解析的に求めることができる事を示した<sup>1)</sup>。前回は8節点減退積分要素を用いたが、今回は、メッシュ生成が容易で、かつ比較的安定して良好な解が得られる4節点選択減退積分要素を用いて同様の解析を行ったので報告する。

## 2. 解析プログラム

プログラムは前回と同じ Mohr-Coulomb 弾塑性 FEM である。傾斜荷重の加え方も、前回と同様に、鉛直方向は変位制御で加え、繰返し計算の過程で所定の傾斜荷重となるように水平節点力を加えた。ただし、今回は、修正 Newton Rapson 法を用い、収束に必要な繰返し計算回数を初期剛性法の 1/5 程度にしている。

4節点は、最もメッシュデータの作成が容易な平面要素の一つである。しかし、4節点全積分要素は、硬すぎる挙動を示し、結果として、支持力を過大評価する事が知られている。また、4節点減退積分要素は、ゼロエネルギーモード (hour-glass) を避ける事が困難である。以上の欠点をカバーするための選択減退積分は、Thomas&Hughes<sup>2)</sup>と同様以下の手順で行った。まず、全積分（4節点の場合はガウスポイント 2×2）した変位～ひずみマトリクスの偏差部分を次のように計算する。

$$B_{devf} = \begin{bmatrix} B_{11f} & 0 & 0 & B_{1nodf} & 0 & 0 \\ 0 & B_{21f} & 0 & 0 & B_{2nodf} & 0 \\ 0 & 0 & B_{31f} & 0 & 0 & B_{3nodf} \\ B_{21f} & B_{11f} & 0 & \cdots & B_{2nodf} & B_{1nodf} \\ 0 & B_{31f} & B_{21f} & 0 & B_{3nodf} & B_{2nodf} \\ B_{31f} & 0 & B_{11f} & B_{3nodf} & 0 & B_{1nodf} \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} B_{11f} & B_{21f} & B_{31f} & B_{1nodf} & B_{2nodf} & B_{3nodf} \\ B_{11f} & B_{21f} & B_{31f} & B_{1nodf} & B_{2nodf} & B_{3nodf} \\ B_{11f} & B_{21f} & B_{31f} & B_{1nodf} & B_{2nodf} & B_{3nodf} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、f: full integration を表わす添え字、nod: 節点数である。ただし、

$$B_{ij} = \frac{\partial N_j}{\partial x_i} \dots i=1 \sim 3, j=1 \sim nod$$

である。次に減退積分（4節点では 1）した体積変化部分 (dilatational part) を次のように加える。

$$B_{sri} = B_{devf} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} B_{11r} & B_{21r} & B_{31r} & B_{1nodr} & B_{2nodr} & B_{3nodr} \\ B_{11r} & B_{21r} & B_{31r} & B_{1nodr} & B_{2nodr} & B_{3nodr} \\ B_{11r} & B_{21r} & B_{31r} & B_{1nodr} & B_{2nor} & B_{3nodr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、r は reduced integration を表わす添え字である。

## 3. 解析条件および解析結果

今回用いたメッシュを図-1 に示す。要素数 564、節点数 617 で、前回用いた8節点要素によるメッシュとほぼ同レベルの自由度である。

解析対象は、前回と同様 Dr=90% の密詰めの実験とし、荷重の傾斜角度は、0°、5°、7.5°、15°、30° の五種

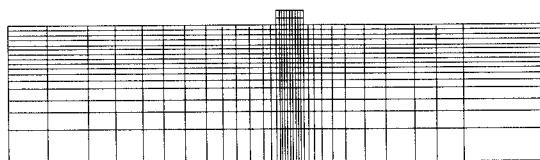


図-1 有限要素メッシュ

類について解析した。入力パラメータも、表-1に示した前回と同一の値を用いた。表-1 入力パラメータ(新)

解析には、CRAY YMP-2Eを使用した。1ケースに必要な計算時間は10~30

分である。図-2に選択減退積分要素を用いた解析結果を示した。図中には、水平の矢印によって、実験で得られた極限支持力を示してある。計算は比較的安定しており、荷重傾斜角度7.5°までは、解析的に極限支持力が得られている。しかし、荷重傾斜角度が7.5°の場合を除くと、全般に支持力値を過大評価しており、危険

密度	1.6g/cm <sup>3</sup>
ヤング率	9.8MPa
ボアソン比	0.25
せん断抵抗角	42°
ダイレタンシー角	18°

側の解が得られている。

比較のために8節点減退積分要素の解析結果を図-3に示した。この場合は、鉛直荷重の場合の極限支持力は良く一致しているが、荷重傾斜角度が大きくなってくると極限支持力を過小評価している。

要素の応力～ひずみ関係はまったく同じであるから、以上の結果の違いは、まったく使用する要素の違いに起因するものである。計算コストについて、比較するために、1mm計算するのに必要な繰返し計算回数と、CPU時間の比較を表-2に示した。

表-2 計算コストの比較

	繰返し計算数/mm	CPU(sec.)/mm
4節点選択減退積分	104.2	67.4
8節点減退積分	188.3	143.5

この結果を見ると、必要な繰返し計算回数、CPU時間共に選択減退積分要素を用いたメッシュのほうが圧倒的に少なく、安定した要素である事がわかる。工学的には、危険側の解を与えるため、その結果を利用する際には注意が必要であるが、メッシュ生成の容易さとその数値計算上の安定性は捨てがたいものがある。今後さらに利用法を検討して行きたい。

#### 4.まとめ

模型支持力実験結果を弾塑性FEMで解析する際の4節点選択減退積分要素の適用性について検討した。その結果、この要素は、安定した要素ではあるが、支持力を8節点減退積分要素よりも過大評価する事がわかった。

#### 5.参考文献

- 1)大河内ら: 傾斜・偏心荷重の加えられる基礎の支持力実験の弾塑性有限要素法による解析, 第30回土質工学研究発表会,(1995)
- 2)Thomas J. et.al.:Generalization of Selective Reduced Integration Procedures to Anisotropic and Nonlinear Media, John Wiley & Sons Ltd., (1980)

4nq S.R.I.

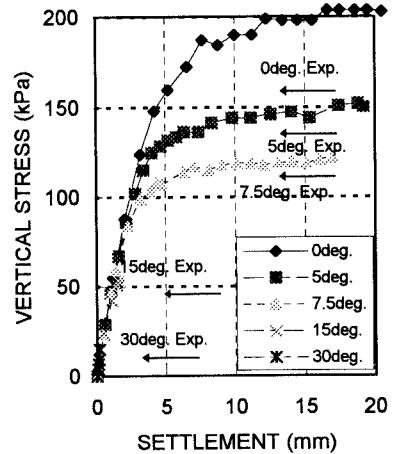


図-2 解析結果(選択減退積分要素)

8nq R.I.

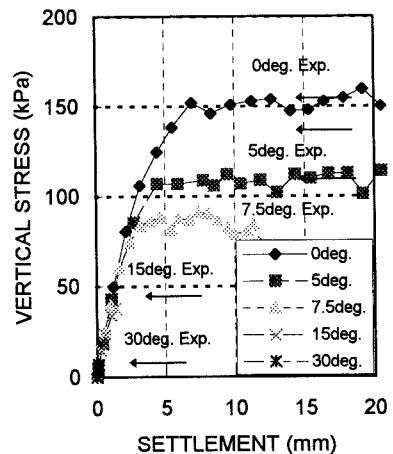


図-3 解析結果(減退積分要素)