

仮想粘性法アルゴリズムの検討

金沢大学大学院	学生会員	○小林	一三
金沢大学大学院	学生会員	佐藤	雪
金沢大学	正会員	飯塚	敦
金沢大学	正会員	太田	秀樹

1. はじめに.

有限要素法は領域内の物性の違いや施工過程を考慮しながら、土と構造物との相互作用を計算できるという利点から、土質工学において広く用いられてきた。しかし破壊や安定といった極限釣り合い状態での問題に対しては、不得意とされてきた。これは、例えば弾・完全塑性解析の場合、完全塑性領域にある要素の応力（増分）とひずみ（増分）とが一意に対応しなくなり、通常の手法では計算が出来なくなるためである。このために有限要素法を用いて極限釣り合い問題を取り扱うためには、特別な数値解析的工夫が必要となってくる。本報告ではZienkiewicz and Cormeau¹⁾が提案した仮想粘性法のアルゴリズムについて検討を行った。

2. 仮想粘性法のアルゴリズム

仮想粘性法とは、応力状態がある規準関数を越えると、仮想的な粘塑性計算を繰り返し、完全塑性部分を表わそうとする手法である。図-1を用いて説明すれば、ある規準関数 g を越えた応力状態（図中A点）がその関数上に収束するまで仮想な粘塑性計算を繰り返

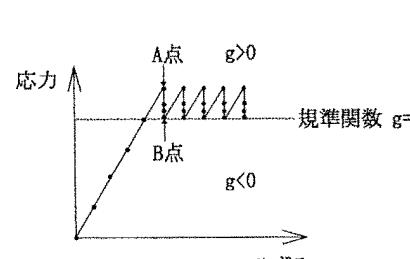


図 1 仮想粘性法の概念図

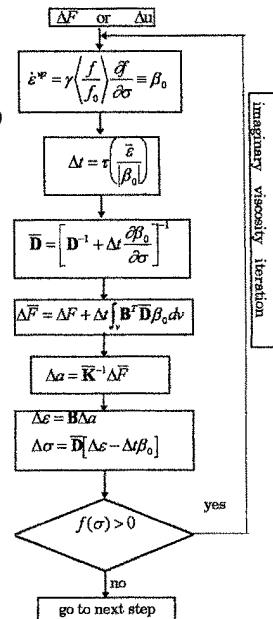


図 2 仮想粘性 η_{vir} vs. A_1

```

graph TD
    Start(( )) --> Input[Input]
    Input --> KInvKBar[Δσ = K⁻¹ ΔF̄]
    KInvKBar --> BDeltaSigma[Δε = BΔσ]
    BDeltaSigma --> DDeltaSigma[Δσ = D[Δε - Δβ₀]]
    DDeltaSigma --> Fsigma[f(σ) > 0?]
    Fsigma -- yes --> NextStep[go to next step]
    Fsigma -- no --> DDeltaSigma

```

ムでは、応力状態が規準関数を越えた最初の時点でのみ β_0 の大きさを定めてしまい、以後の仮想粘塑性イタレーション中では β_0 を更新しないというものである。図-2、図-3 からも明らかのように、この β_0 は前述のパラメータ γ 、 τ と常に併せた形でアルゴリズム中に表われているために、 β_0 をどの応力状態で求めるかによって、これらのパラメータの影響の度合が異なる事が予想される。これらの2通りのアルゴリズムを用いて、平面ひずみ条件で、一要素に対するせん断を計算してみた。用いた規準関数はミーゼス型であり、応力状態が規準関数に至るまでは線形弾性体としている。従って、せん断による弾・完全塑性挙動を計算する事になる。解析結果を図-4、図-5 に示す。図-3 のアルゴリズムよりも図-2の方がパラメータ γ や τ に鈍感なアルゴリズムであることがわかる。

3. おわりに。

仮想的に粘塑性ひずみを発生させることを繰り返すという手法は、あくまで“仮想”であるため、釣り合い式や適合式を満足させても複数個の方法が考えられる。これらの中、粘塑性イタレーションを制御するパラメータに鈍感なものほど使い勝手が良い。今回2つの仮想粘性アルゴリズムについて、仮想粘性計算を支配しているパラメータの計算を比較してみたが、これらの違いは、発生させる仮想粘性ひずみの大きさを仮想粘性イタレーションのどの時点で定めるかである。結果は仮想粘塑性ひずみの大きさは、イタレーション中でその都度更新していく方が、イタレーションを制御するパラメータには鈍感な事が分かった。しかしそれ以上に、少しのアルゴリズムの違いによって、驚くほどパラメータに対する感度が変化することが重大である。仮想粘性法を用いる時に、注意していかなければならない点であると言える。

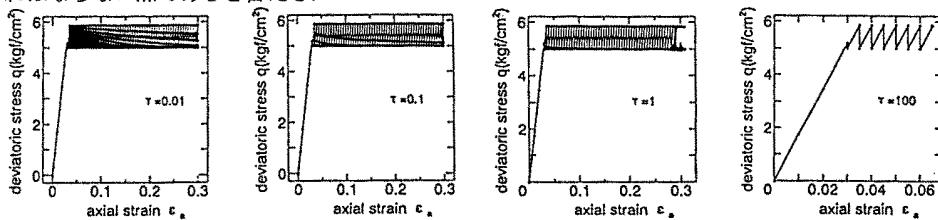


図 4 弾・完全塑性体の応力～ひずみ関係(図 2 のアルゴリズムの場合)

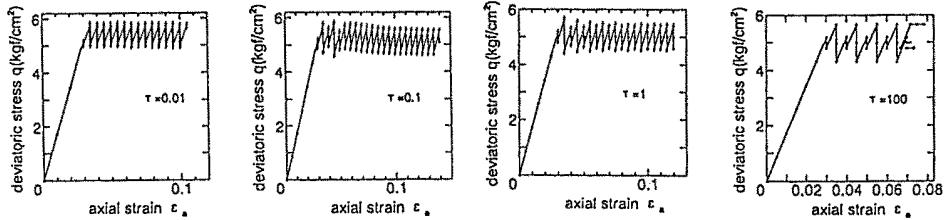


図 5 弾・完全塑性体の応力～ひずみ関係(図 3 のアルゴリズムの場合)

参考文献

- Zienkiewicz, O.C. and Cormeau, I.C.: Visco-plasticity and creep in elastic solids - A unified numerical solution approach, International Journal for Numerical Methods in Engrg., Vol. 8, pp. 821-845, 1974.
- 小林 正樹：有限要素法による地盤の安定解析，港湾技術研究所報告 第23巻 第1号, 1984.

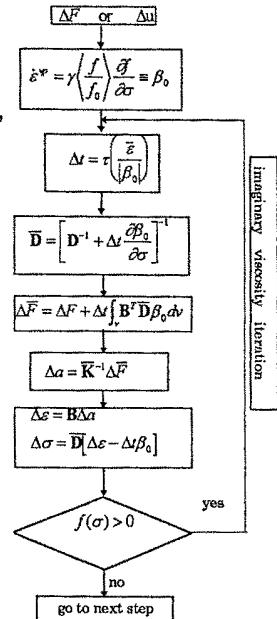


図 3 仮想粘性アルゴリズム A2