土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

Ⅲ－346

均質化手法による岩石の粘弾性挙動解析

東日本旅客鉄道株式会社　正会員　辻　浩一
名古屋大学工学部　正会員　市川康明

1．はじめに

岩石の長期的挙動をミクロな視点で観察すると、その挙動の原因の１つとして岩石結晶の移動やずれにあることがわかる。そこで結晶レベルの挙動からマクロな挙動をモデル化すれば、その物理的意味を説明できるものと考えられる。均質化手法は、ミクロ構造を反映したマクロの挙動を記述することのできる数学理論である。ここでは、結晶質岩の解析に適用する。ただし、構成モデルとしては、時間依存性問題の基本的な形式である線形粘弾性挙動を用いる。

2．粘弾性対応原理と均質化手法

長期的な応力緩和を想定して、静的な強制変位問題を考える。構造物は複合結晶質岩で、構成材料は等方マクスウェル体と仮定する。

2.1 ラプラス空間上の釣合問題

$$\text{支配方程式}: \frac{\partial \hat{\sigma}^{\varepsilon}_{ij}}{\partial x_j} + \hat{f}^{\varepsilon}_i = 0 \quad \text{in} \quad \Omega^{\varepsilon}, \qquad \text{境界条件}: \hat{u}^{\varepsilon}_i = \hat{u}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_u \tag{1}$$

ここに、$\hat{u}^{\varepsilon}_i = \hat{u}^{\varepsilon}_i(\boldsymbol{x}, p) = \int_0^{\infty} u^{\varepsilon}(t)\exp(-pt)dt, \hat{f}^{\varepsilon}_i = \hat{f}^{\varepsilon}_i(\boldsymbol{x}, p)$（p:ラプラス変換パラメータ）である。

$$\text{変位－ひずみ関係}: \hat{\varepsilon}_{ij}(\hat{\boldsymbol{u}}^{\varepsilon}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \hat{u}^{\varepsilon}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}^{\varepsilon}_j}{\partial x_i}\right), \qquad \text{構成式}: \hat{\boldsymbol{s}}(p) = 2p\hat{G}(p)\hat{e}(p), \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}(p) = 3p\hat{K}(p)\hat{\varepsilon}(p) \tag{2}$$

全応力、全ひずみ関係は、ラメの定数:$\hat{\lambda} = \hat{K} - \frac{2}{3}\hat{G}$を用いて

$$\hat{\sigma}_{ij}(p) = p(2\hat{G}\hat{\varepsilon}_{ij} + 3\hat{\lambda}\hat{\varepsilon}_{rs}\delta_{rs}\delta_{ij}) = p[2\hat{G}\delta_{ri}\delta_{sj} + 3\hat{\lambda}\delta_{ij}\delta_{rs}]\hat{\varepsilon}_{rs} = p\hat{D}_{ijrs}\hat{\varepsilon}_{rs} = \hat{M}_{ijrs}\hat{\varepsilon}_{rs} \tag{3}$$

2.2 ユニットセル問題と巨視問題

ラプラス空間上での$\hat{\boldsymbol{u}}^{\varepsilon}$を$\varepsilon$について漸近展開する。[1)]

$$\hat{u}^{\varepsilon}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) = \hat{u}^0_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \varepsilon\hat{u}^1_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \varepsilon^2\hat{u}^2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) + \cdots, \quad \hat{u}^{\alpha}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) = \hat{u}^{\alpha}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} + \boldsymbol{Y}, p) \ (\alpha = 0, 1, \cdots) \tag{4}$$

(4), および微分演算子:$\dfrac{d}{dx_i} = \dfrac{\partial}{\partial x_i} + \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial}{\partial y_i}$ を (1) に導入することにより、以下の２種類の問題が得られる。

2.2.1 ユニットセル問題

$\hat{u}^1_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, p) = -\hat{\chi}^{kl}_i(\boldsymbol{y}, p)\dfrac{\partial \hat{u}^0_k}{\partial x_l} + C_i(\boldsymbol{x})$ と定義される特性変位関数 $\hat{\chi}^{kl}_i(\boldsymbol{y}, p)$ を導入して、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial y_j}\left[\hat{M}^{\varepsilon}_{ijkl}\left(\delta_{rk}\delta_{sl} - \frac{\partial \hat{\chi}^{rs}_k}{\partial y_l}\right)\right] = 0 \tag{5}$$

2.2.2 巨視的問題

ユニットセルYの平均化演算子:$\langle\phi\rangle = \dfrac{1}{|Y|}\displaystyle\int_Y \phi dy$ を用いて、巨視問題は次のようになる。

$$\frac{\partial\langle\hat{\sigma}^1_{ij}\rangle}{\partial x_j} + \langle\hat{f}_i\rangle = 0, \qquad \hat{u}^0_i = \hat{u}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_u, \qquad \langle\hat{\sigma}^1_{ij}\rangle = \hat{M}^h_{ijkl}\left(\frac{\partial \hat{u}^0_k}{\partial x_l}\right) \tag{6}$$

$$\hat{M}^h_{ijkl}(\boldsymbol{y}, p) = \frac{1}{|Y|}\int_Y \hat{M}^{\varepsilon}_{qnpm}(\boldsymbol{y}, p)\left[\delta_{qi}\delta_{nj} - \frac{\partial \hat{\chi}^{ij}_q}{\partial y_n}\right]\left[\delta_{pk}\delta_{ml} - \frac{\partial \hat{\chi}^{kl}_p}{\partial y_m}\right]dy \tag{7}$$

3. 均質化応力、局所応力のラプラス逆変換

2.2 節で得られるラプラス空間上のマクロな解、ミクロな解を Schapery の選点法[2]を用いてラプラス逆変換する。Schapery の選点法は厳密解 $\langle\sigma_1(t)\rangle$, $\sigma_1(t)$ のディレクレ近似解を最小二乗法により求める手法である。マクロな解（均質化応力）、ミクロな解（局所応力）のディレクレ近似応答曲線 $\langle\sigma_D(t)\rangle$, $\sigma_D(t)$ を以下のように表す。

$$\langle\boldsymbol{\sigma}_D(t)\rangle = \langle\boldsymbol{S}_0\rangle + \sum_{i=1}^{n}\langle\boldsymbol{S}_i\rangle \exp(-\tilde{\gamma}_i t) \qquad \boldsymbol{S}_0：定常応力, \tilde{\gamma}_i：逆変換パラメータ, \boldsymbol{S}_i：緩和応力係数 \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_D(t) = \boldsymbol{S}_0 + \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{S}_i \exp(-\gamma_i t) \qquad \gamma_i：逆変換パラメータ \tag{9}$$

$\tilde{\gamma}_i$, γ_i はこちらで指定するパラメータであるが、この線形粘弾性問題では、緩和スペクトル[3]より決定する。緩和スペクトルを用いれば、線形粘弾性応答曲線を離散化する際の卓越点が得られる。その結果、局所応力はその地点に属する材料物性値（緩和時間）に支配される応答を示し、均質化応力はユニットセルに含まれるすべての材料物性値（緩和時間）に支配される応答を示すことがわかった。

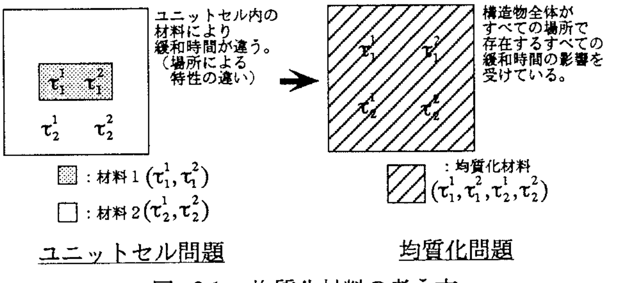

図 3.1 均質化材料の考え方

4. 解析結果

２種類の材料を含む周期的な結晶質岩を想定し、一軸圧縮状態で応力緩和試験をシミュレーションした。図 4.2 に均質化応力応答曲線を示す。

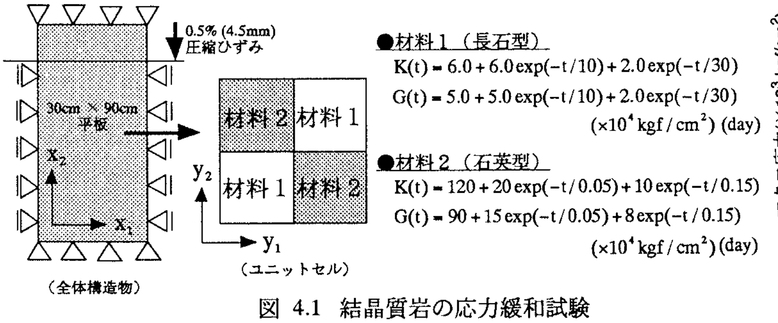

図 4.1 結晶質岩の応力緩和試験

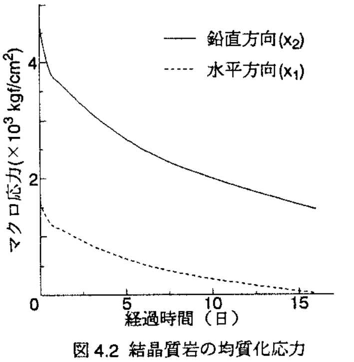

図 4.2 結晶質岩の均質化応力

5. 考察

1) 対応原理と均質化手法を導入し、ミクロな周期構造を考慮にいれた粘弾性挙動を表現できる。

2) ミクロな視点での緩和応力はその地点に属する材料物性値（緩和時間）に支配され、マクロな視点での緩和応力は全体構造物に含まれるすべての材料物性値（緩和時間）に支配される。

6. 参考文献

1) E.Sanchez-Palencia:Non-homogeneous media and vibration theory;Lecture notes in physics,Springer-Verlag,1980

2) Schapery,R.A.:Approximate method of transform inversion for viscoelastic stress analysis;Preceeding of the Fourth U.S. National Congress of Applied Mechanics,pp1075-1085,1961

3) 草間孝志、三井康司、吉田俊弥:数値ラプラス逆変換による線形粘弾性解析, 土木学会論文報告集, 第 292 号,pp.41-52,1979 年 12 月