

互層岩盤の均質直交異方性体へのモデル化に関する一考察

鹿島 正会員○山本 正明 北山 真
浜田 友康 石井 大介

1. はじめに

互層岩盤のような積層材料を等価な均質直交異方性体にモデル化する場合、直交異方性体の弾性定数は式(7)により算定することが多い(以下従来式と称する)¹⁾。しかし、この算定式では互層の積層方向のひずみが各層で等しくなる(互層岩盤相互がすべらない)条件が考慮されていない点で、実際の互層岩盤とは異なる変形パターンを想定していると考えられる。

ここでは、この条件を追加考慮した直交異方性体の弾性定数の算定式(以下改良式と称する)を用い、相互の算定式の差異に着目して行った直交異方性体の応力状態等の比較解析結果についてまとめる。

2. 互層岩盤をモデル化した直交異方性体の弾性定数

図-1のような、平均層厚比が $h_a:h_b$ で層間が完全に付着している(すべりを生じない)互層岩盤を均質直交異方性体にモデル化する場合の弾性定数算定式について以下に示す。

(1) 主弾性係数(E_x, E_y) およびポアソン比(ν_{xy}, ν_{yx})

互層に直応力が作用する場合、層間は完全に付着しており各層の積層方向のひずみ($\varepsilon_x, \varepsilon_y$)は一樣となるため、層間には積層方向の相互内力(P_x, P_y)が作用する。この内力を考慮した各層の直応力-直ひずみの関係は式(1)(2)で表される。また、これらをモデル化した直交異方性体の直応力-直ひずみの関係は式(3)で表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xa} &= \{ \hat{\sigma}_{xa} - \nu_a \hat{\sigma}_{ya} - \nu_a \hat{\sigma}_{za} + (P_x - \nu_a P_y) / h_a \} / E_a \\ \varepsilon_{ya} &= \{ \hat{\sigma}_{ya} - \nu_a \hat{\sigma}_{xa} - \nu_a \hat{\sigma}_{za} + (P_y - \nu_a P_x) / h_a \} / E_a \\ \varepsilon_{za} &= \{ \hat{\sigma}_{za} - \nu_a \hat{\sigma}_{xa} - \nu_a \hat{\sigma}_{ya} - \nu_a (P_x + P_y) / h_a \} / E_a \\ \varepsilon_{xb} &= \{ \hat{\sigma}_{xb} - \nu_b \hat{\sigma}_{yb} - \nu_b \hat{\sigma}_{zb} + (P_x - \nu_b P_y) / h_b \} / E_b \\ \varepsilon_{yb} &= \{ \hat{\sigma}_{yb} - \nu_b \hat{\sigma}_{xb} - \nu_b \hat{\sigma}_{zb} + (P_y - \nu_b P_x) / h_b \} / E_b \\ \varepsilon_{zb} &= \{ \hat{\sigma}_{zb} - \nu_b \hat{\sigma}_{xb} - \nu_b \hat{\sigma}_{yb} + \nu_b (P_x + P_y) / h_b \} / E_b \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_{xa} &= \sigma_{xa} - P_x / h_a, & \hat{\sigma}_{xb} &= \sigma_{xb} + P_x / h_b \\ \hat{\sigma}_{ya} &= \sigma_{ya} - P_y / h_a, & \hat{\sigma}_{yb} &= \sigma_{yb} + P_y / h_b \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{x異} &= \sigma_{x異} / E_{x異} - \nu_{yx} \sigma_{y異} / E_{y異} - \nu_{zx} \sigma_{z異} / E_{z異} \\ \varepsilon_{y異} &= \sigma_{y異} / E_{y異} - \nu_{xy} \sigma_{x異} / E_{x異} - \nu_{zy} \sigma_{z異} / E_{z異} \\ \varepsilon_{z異} &= \sigma_{z異} / E_{z異} - \nu_{xz} \sigma_{x異} / E_{x異} - \nu_{yz} \sigma_{y異} / E_{y異} \end{aligned} \right\} (3)$$

ここで、 $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ ($i=x, y, z, j=a, b$, 異); 岩盤 a ($j=a$), 岩盤 b ($j=b$), 直交異方性体 ($j=異$) の各直ひずみおよび直応力、 E_i, ν_{ij}, h_i ($j=a, b$); 岩盤 a, 岩盤 b の縦弾性係数、ポアソン比および層厚、 E_i, ν_{ik} ($i, k=x, y, z, i \neq k$); 直交異方性体の主弾性係数およびポアソン比、 P_x, P_y ; 層間に作用する内力、を表す。

式(1)～(3)に対し、変形に関する xy 平面内等方条件、相反定理および以下の条件式、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{x異} &= \varepsilon_{xa} = \varepsilon_{xb}, \quad \varepsilon_{y異} = \varepsilon_{ya} = \varepsilon_{yb}, \quad \varepsilon_{z異} = (h_a \varepsilon_{za} + h_b \varepsilon_{zb}) / (h_a + h_b) \\ \sigma_{x異} &= (h_a \sigma_{xa} + h_b \sigma_{xb}) / (h_a + h_b), \quad \sigma_{y異} = (h_a \sigma_{ya} + h_b \sigma_{yb}) / (h_a + h_b), \quad \sigma_{z異} = \sigma_{za} = \sigma_{zb} \end{aligned} \right\} (4)$$

を考慮することにより、直交異方性体の主弾性係数およびポアソン比の算定式は式(5)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_y &= \{ (E_a \nu_{ba} h_a + E_b \nu_{ba} h_b)^2 - (E_a h_a + E_b h_b)^2 \} / \{ (h_a + h_b) \{ E_a h_a (\nu_b^2 - 1) + E_b h_b (\nu_a^2 - 1) \} \} \\ E_z &= (h_a + h_b) E_a E_b / \{ E_b (h_a + 2 \nu_a \alpha) + E_a (h_b - 2 \nu_b \alpha) \} \\ \nu_{yx} &= \{ E_a \nu_{ba} h_a (\nu_b^2 - 1) + E_b \nu_{ba} h_b (\nu_a^2 - 1) \} / \{ E_a h_a (\nu_b^2 - 1) + E_b h_b (\nu_a^2 - 1) \} \\ \nu_{zy} &= E_b (h_a + h_b) \{ h_a \nu_a + (1 - \nu_a) \alpha \} / \{ h_a \{ E_b (h_a + 2 \nu_a \alpha) + E_a (h_b - 2 \nu_b \alpha) \} \} \\ \text{ここに、} \alpha &= h_a h_b (E_a \nu_b - E_b \nu_a) / \{ E_a h_a (1 - \nu_b) + E_b h_b (1 - \nu_a) \} \end{aligned} \right\} (5)$$

(2) セン断弾性係数(G)

直交異方性体のせん断弾性係数については一義的に与えることは困難であり、ここでは参考文献1)に示されている次式を用いることとする。

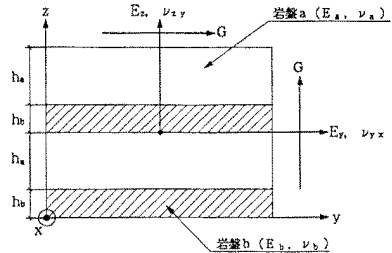
$$G = E_y E_z / (E_y + E_z + 2 \nu_{yz} E_y) \quad (6)$$


図-1 積層状態および座標系

3. 改良式と従来式の比較

図-2~4は式(5)(改良式)と参考文献1)に示されている式(7)(従来式)から求めた弾性定数の比較を示したものである。

$$\left. \begin{aligned} E_y &= (E_a h_a + E_b h_b) / (h_a + h_b), E_z = (h_a + h_b) E_a E_b / (E_a h_b + E_b h_a) \\ \nu_{yx} &= (E_a h_a + E_b h_b) / (E_a h_a / \nu_a + E_b h_b / \nu_b), \nu_{zy} = (h_a + h_b) E_a E_b (h_a \nu_a + h_b \nu_b) / \{ (E_a h_b + E_b h_a) (E_a h_a + E_b h_b) \} \end{aligned} \right\} (7)$$

図-2は異方性パラメータとして E_a/E_b のみを変化させた場合の比較である。 E_z, ν_{zy} は E_a/E_b が大きくなるほど改良式の方が大きくなるが最大でも1割程度である。また、 E_y, ν_{yx} はポアソン比が同じ場合($\nu_a = \nu_b$)には E_a/E_b によらず積層方向の荷重に対して積層方向のひずみが常に同一となるため両式で同じ値となることからわかる。図-3は異方性パラメータとして ν_a/ν_b のみを変化させた場合である。いずれの弾性定数も改良式の方が大きく、 ν_a/ν_b の増加に伴い両式の差異は大きくなり特に ν_{yx} の差異が大きいことがわかる。図-4は異方性パラメータとして h_a/h_b を変化させた場合で、 $E_a/E_b=10, \nu_a/\nu_b=0.5$ としている。いずれの弾性定数も改良式の方が大きい h_a/h_b が大きくなると岩盤aのみの挙動に近くなるため両式の差異が小さくなるからわかる。

図-5,6は改良式と従来式を用いたFEM解析による直交異方性体の応力状態を比較したものである。なお、Gには両式とも式(6)を用いている。解析条件は $E_a=10,000\text{kgf/cm}^2, E_b=1,000\text{kgf/cm}^2, \nu_a=0.2, \nu_b=0.4, h_a/h_b=2$, 積層傾斜角 $=0^\circ$ としており、図-4を参照すると E_y, ν_{yx} では5%程度、 E_z, ν_{zy} では60~80%程度それぞれ改良式の方が大きい値を設定していることとなる。図-5,6より σ_y, τ_{xy} については両式の結果に顕著な差異は見られないが、 σ_x は鉛直荷重の場合にはその直下で、せん断荷重の場合は荷重載荷部から離れた上端部でそれぞれ両式の解析結果に差異がみられる。ただし、その差異は最大でも15%程度でありこの程度の異方性では応力状態にはそれほど差異を生じないことがわかる。

4. まとめ

互層岩盤のような積層材料を均質直交異方性体にモデル化する際の弾性定数算定式として、互層の積層方向の直ひずみが等しくなる(互層岩盤相互がすべらない)条件での算定式(5)と、従来多用されていると思われる式(7)を用い、得られる応力状態の差異に着目して簡単な比較解析を行った。その結果、今回の解析例の範囲では、直交異方性体の個々の弾性定数は式(7)に比較して式(5)の方が大きく評価されるが、算定式の違いが岩盤の応力状態に与える影響については小さいことがわかった。

参考文献 1)

土木学会：土木技術者のための岩盤力学，1975

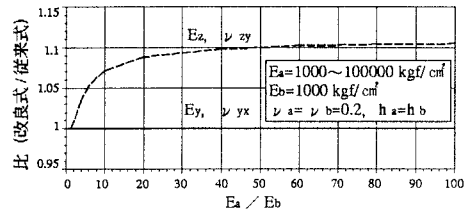


図-2 改良式と従来式による弾性係数の比較 (1)

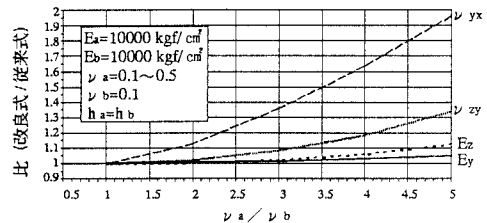


図-3 改良式と従来式による弾性係数の比較 (2)

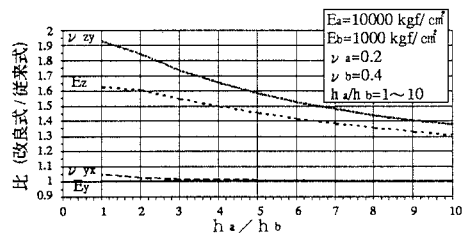


図-4 改良式と従来式による弾性係数の比較 (3)

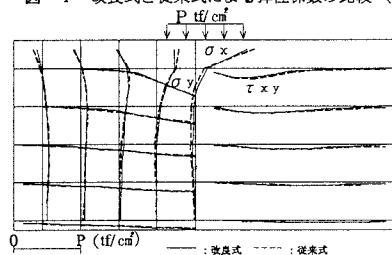


図-5 改良式と従来式による岩盤内応力の比較 (等鉛直荷重)

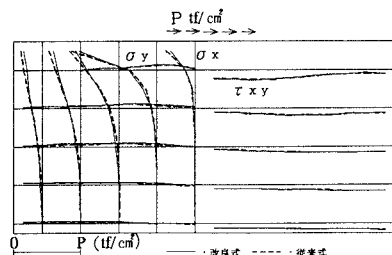


図-6 改良式と従来式による岩盤内応力の比較 (等せん断荷重)