

Ⅲ-299 砂で充たされた箱における振動時側壁圧について

苫小牧高専 正員 澤田 知之
日本大学 正員 能町 純雄

1. まえがき

地震時等、振動時の擁壁、岸壁や斜面に作用する土圧は、その分布、強度が常時とは異なって示されるが、計算方法は震度法に根拠を置いた方法で動的な問題を静的に取り扱うということ、多くの研究にも拘わらず不明な点が少ない。本稿は振動台上に載せられた砂箱に水平振動を与え、その振動方向直壁面に作用する振動圧分布を平面歪み状態での動的二次元弾性解としてフーリエ変換を用いて求めたものを報告するものである。

2. 解析概要

図-1の解析モデルより基礎方程式は二次元弾性論より、釣り合い式が次のように示される。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \rho \ddot{u} = \rho \ddot{u}_0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \rho \ddot{v} = -g\rho \quad (2)$$

ここで、 u 、 v は各々 x 方向、 y 方向の相対変位で、 u_0 は振動台からの入力変位であり、

$$\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \ddot{v} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad \ddot{u}_0 = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \quad \text{である。}$$

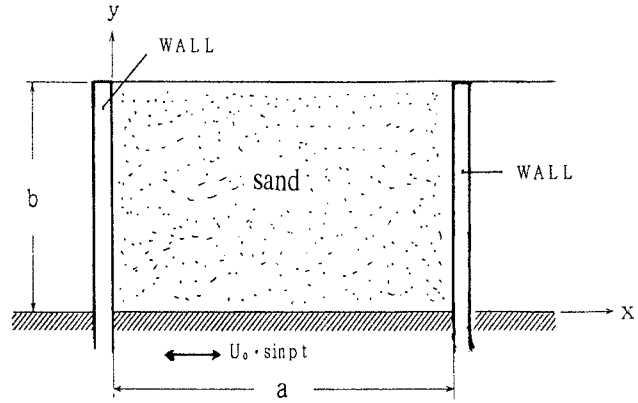


図-1 解析モデル

尚、 $(2G + \lambda) / \rho = C_1^2$ 、 $G / \rho = C_2^2$ であり、 ρ は砂の密度、 C_1 は弾性波の速度、 C_2 はせん断速度となる。

また、Hookeの法則より

$$\sigma_x = \rho C_1^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \rho (C_1^2 - 2C_2^2) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3) \quad \sigma_y = \rho (C_1^2 - 2C_2^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \rho C_1^2 \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \rho C_2^2 \frac{\partial u}{\partial y} + \rho C_2^2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5)$$

(1)、(2)式をフーリエ変換積分変換し、整理すると次の(6)、(7)式のように表される。

$$-C_1^2 \{ S_n [u_{a,y}] (-1)^m - S_n [u_{0,y}] \} M - C_2^2 \{ S_m [u_{x,b}] (-1)^n - S_m [u_{x,0}] \} N - S_m S_n [u] (C_1^2 M^2 + C_2^2 N^2 + \gamma^2) + C_m C_n [v] (C_1^2 - C_2^2) MN = \gamma^2 S_m S_n [u_0] \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho} \{ C_m [(\sigma_y)_{y=b}] (-1)^n - C_m [(\sigma_y)_{y=0}] \} + (C_1^2 - 2C_2^2) N \{ S_n [u_{a,y}] (-1)^m - S_n [u_{0,y}] \} \\ \frac{1}{\rho} \{ C_n [(\sigma_{xy})_{x=a}] (-1)^m - C_n [(\tau_{xy})_{x=0}] \} + C_2^2 \{ S_m [u_{x,b}] (-1)^n - S_m [u_{x,0}] \} M - (C_1^2 N^2 + C_2^2 M^2 + \gamma^2) C_m C_n [v] \\ + (C_1^2 - C_2^2) S_m S_n [u] MN = 0 \quad (7)$$

ここで、解析モデルより

$x = 0$ および a で $\tau_{xy} = 0$ また、 $y = b$ で $\sigma_x = 0$ 、 $\tau_{xy} = 0$ であり、 $y = 0$ で $v = 0$ 、 $u = 0$ として整理すると(8)式のように2元連立方程式として示される。

$$\begin{vmatrix} M^2 + kN^2 + p^2 & -(1-k)MN \\ -(1-k)MN & kM^2 + N^2 + p^2 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_{mn} - kAm(-1)^n N \\ -Bm + kAm(-1)^n M \end{Bmatrix} \quad (8)$$

(8) 式中等 $M = \frac{m\pi}{a}$, $N = \frac{n\pi}{b}$ ($m, n = 1, 2, 3, \dots$)

$$K = \frac{C_1^2}{C_2^2}, \quad P^2 = \frac{\gamma^2}{C_1^2}, \quad F_{m,n} = P^2 S_m S_n [u_0], \quad [u_0] = 0$$

$$A_m = S_m [u_x, b], \quad B_m = \frac{1}{\rho} C_m [(\sigma_y)_{y=0}]$$

$$u_{m,n} = S_m S_n [u], \quad V_{m,n} = C_m C_n [V] \quad \text{であり、}$$

S, C の記号は各々 Sine 変換、Cosine 変換を示す。

例えば $S_m S_n [u] = \int_0^b \int_0^a u \sin Mx \sin Ny \, dx dy$ 等

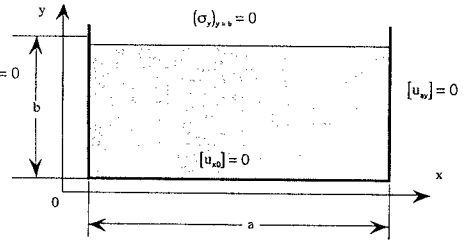


図-2 境界条件

さらに図-2境界条件を考慮し、この連立方程式を解いて逆変換を施すことによって水平変位と応力の弾性解が以下のように求められる。

$$u = \sum_m \frac{\{1 - (-1)^m\}}{2} \sin Mx \left[\frac{4u_0}{b} \frac{bc}{m\pi} \left\{ (1 - Q_m(\eta)) \frac{p^2}{\beta_m^2} + (Q'_m(\eta) - Q_m(\eta)) \right\} \sin \omega t \right. \\ \left. - \frac{2hA_m c \pi}{b^2 p^2} \frac{b}{\pi} \left\{ 2(me)^2 (R'_m(\eta) - R_m(\eta)) - p'^2 R'_m(\eta) \right\} + \frac{2\beta_m c}{bp^2} \frac{b}{\pi} (me) \{ R_m(1 - \eta) - R'_m(1 - \eta) \} \right] + u_0 \sin(\omega t) \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_x}{\rho C_i} = \sum_m \frac{\{1 - (-1)^m\}}{2} \cos(Mx) \left[\frac{4u_0}{b} e \left\{ (1 - Q_m(\eta)) \frac{p^2}{\beta_m^2} + 2h \{ (Q'_m(\eta) - Q_m(\eta)) \} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2hA_m c \pi}{b^2 p^2} me \left\{ -4(me)^2 (R'_m(\eta) - R_m(\eta)) + 2p^2 R'_m(\eta) + 2(1 - 2h)p^2 R_m(\eta) \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\beta_m c}{bp^2} \{ 2h(me)^2 \{ R_m(1 - \eta) - R'_m(1 - \eta) \} + p^2 (1 - 2h) R_m(1 - \eta) \} \right\} \right] \quad (10)$$

ここで、 $Q_m(\eta)$, $R_m(\eta)$ など $\eta = \frac{y}{b}$ による閉じた解として示され、例えば

$$Q_m(\eta) = \frac{\cosh \left\{ \beta_m \pi \left(\frac{1}{2} - \eta \right) \right\}}{\cosh \left(\frac{\beta_m \pi}{2} \right)} \left(= \frac{\cos \left\{ \beta_m \pi \left(\frac{1}{2} - \eta \right) \right\}}{\cos \left(\frac{\beta_m \pi}{2} \right)} \right) \quad R_m(\eta) = \frac{\sinh(\beta_m \pi \eta)}{\sinh(\beta_m \pi)} \left(= \frac{\sin(\beta_m \pi \eta)}{\sin(\beta_m \pi)} \right) \quad \text{と表される。}$$

() 内は虚数

3. 数値計算結果・考察

今、 $a = 100\text{cm}$, $b = 40\text{cm}$ として、松尾・大原の実験値³⁾に合わせた解析した結果を図-3に示す。両者は天端より浅い地点や底部で多少異なるが圧力が大きく表れる中央部分では良好な一致を示している。一般に物部・岡部公式¹⁽³⁾によれば相当大きな土圧力となっており、本解析値の妥当性が示されている。その他の結果は当日発表の予定である。

参考文献

- 1) 物部長穂：地震上下動に関する考察ならびに振動雑論、土木学会誌、Vol.10, No.5, PP.1063-1094, 1924.
- 2) Ichihara, M. and Matsuzaka, H.: Earth Pressure during Earthquake, Soils and Foundations, Vol.13, No.4, PP.75-86, 1973
- 3) 大原資生：耐震工学、森北出版社、P.85, 1974.

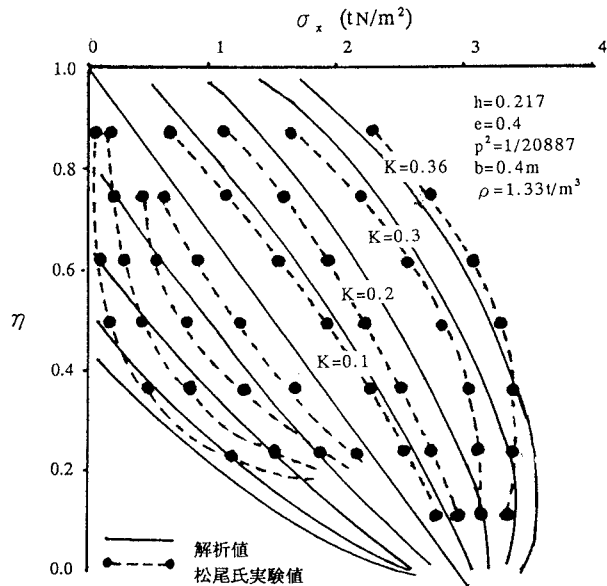


図-3 数値計算結果