

Ⅲ-218

上載荷重によって生じる地盤内鉛直応力の二次元と三次元での比較

ハザマ技術研究所 松原勝己

同 上 浦野和彦

同 上 平澤賢治

1. まえがき

地盤の液状化の予測時には、地震時の動的せん断応力の推定に加えて、構造物や地盤の上載荷重によって生じる初期有効鉛直応力の推定が重要となる。その際、上載荷重の奥行き幅が有限で3次元になる場合でも、解析手法上の煩雑さからFEMを代表とする2次元的な解析で済ませる場合が多い。本報では、上載荷重の3次元性を2次元解析で代用する時の適用条件を明らかにする一つの試みとして、均質な半無限弾性地盤を取り上げ、帯状の2次元的な上載荷重と矩形的3次元的な上載荷重に対する鉛直応力を算定・比較しようとするものである。

2. プーシネスクの解に基づく地盤内鉛直応力

地盤を等方・均質な半無限弾性体と仮定したとき、図1に示すような鉛直集中荷重Pによって生じる地盤内鉛直応力 σ_z^c は、次式で表される¹⁾。

$$\sigma_z^c = -\frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{Z^3}{R^5} \quad (1)$$

ここに、 $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ 、R:荷重載荷点から応力を求めるまでの距離、Z:地表面からの深さである。

図2に示すような矩形分布荷重（幅B、長さL）によって生じる原点直下Zの深さの鉛直応力 σ_z^s を求めると、式(1)を載荷面全体で積分することにより次式が得られる。

$$\sigma_z^s = \frac{3p}{2\pi} \int_{x=0}^B \int_{y=0}^L \frac{Z^3}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} dx dy \quad (2)$$

ここに、p:分布応力である。式(2)の積分を実行すると、式(3)が得られる。

$$\sigma_z^s = \frac{p}{4\pi} \left[\frac{2mn\sqrt{(m^2+n^2+1)}}{m^2+n^2+1} \cdot \frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + 2\tan^{-1}\left\{ \frac{mn\sqrt{(m^2+n^2+1)}}{m^2+n^2+1} \right\} \right] \quad (3)$$

ここに、 $m=B/z$ 、 $n=L/z$ である。

矩形分布荷重による隅角部直下の地盤内鉛直応力 σ_z は、式(3)で求められる。任意の地点での応力は、その点を隅角部とする4つの矩形分布荷重を適当に重ね合わせるによって求めることができる²⁾。図3のような矩形分布荷重による点(x,y)直下の地盤内応力 σ_z^{3D} は、次式で表される。

$$\sigma_z^{3D} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \text{SIGN}(m_i, n_j) \cdot f(m_i, n_j) \quad (4)$$

ここに、 $m_1=(1+r)m$ 、 $m_2=(1-r)m$ 、 $n_1=(1+s)n$ 、 $n_2=(1-s)n$ 、 $\text{SIGN}(m_i, n_j):m_i$ と n_j の積の符号である。また、 $f(m, n)=\sigma_z^s$ である。

さらに、2次元状態（帯状荷重）での地盤内鉛直応力 σ_z^B は、式(3)で $n \rightarrow \infty (L \rightarrow \infty)$ とすれば求められ、次式で表される。

$$\sigma_z^B = \frac{p}{4\pi} \left[\frac{2m}{1+m^2} + 2\tan^{-1}m \right] \quad (5)$$

3次元の場合と同様に、任意地点での応力 σ_z^{2D} は、

$$\sigma_z^{2D} = \sum 2 \cdot \text{SIGN}(m_i) \cdot f^{2D}(m_i) \quad (6)$$

ここに、 $m_1=(1+r)m$ 、 $m_2=(1-r)m$ である。また、 $f^{2D}(m)=\sigma_z^B$ である。

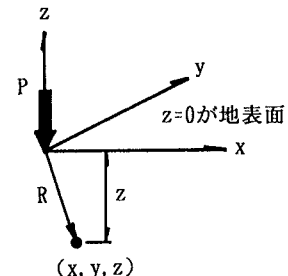


図1 鉛直集中荷重

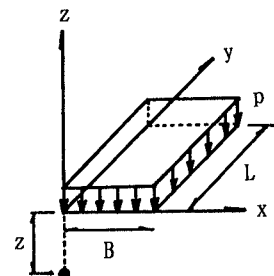


図2 矩形分布荷重

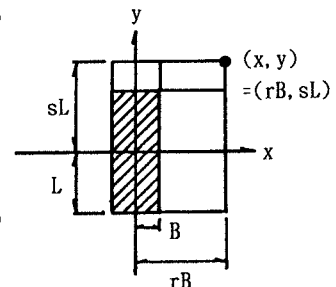


図3 任意地点下の応力

3. 地盤内鉛直応力の計算結果

図4(a)～4(c)に、式(4)および(6)を用いて計算した鉛直応力の水平方向の分布を示す。図には、載荷幅に対する載荷長さの比(L/B)を変化させた時の矩形分布荷重(3次元)と帯状荷重(2次元)の両者に対する結果を示している。

図4によれば、2次元および3次元の結果の両者で、載荷面から水平方向に遠ざかるにつれて急激に地盤内鉛直応力が小さくなる様子がみられる。さらに、2次元と3次元との比較では、載荷幅に対して載荷長さが小さくなるほど(L/B が小さくなるほど)、また地中深度(z)が大きくなるほど両者の差が大きくなる傾向がみられることがわかる。これは、2次元(帯状荷重)の場合での原点から奥行き方向に離れた位置における上載荷重の影響によって生じる3次元(矩形分布荷重)との差が、 L/B が小さくなるほど、また z が大きくなるほど顕著に現れるためと考えられる。

図5には、 $L/B=1.0$ のときの原点(載荷面中心)直下における鉛直応力の深さ方向分布を示している。

図5によれば、深さ方向に地盤内鉛直応力が減少する様子がみられ、載荷幅分の深さの位置で応力が3割程度に減少することがわかる。

図6は、2次元に対する3次元での鉛直応力の比と z/B の関係を、 L/B をパラメータとして示したものである。

図6から、載荷長さが載荷幅の2倍以上($L/B>2.0$)あれば、載荷幅分下がった位置($z/B=2.0$)でも2次元と3次元の差が2割以内であることがわかる。

4. あとがき

本報では、地盤を均質な半無限弾性体と仮定し、2次元状態(帯状荷重)と3次元状態(矩形分布荷重)で生じる地盤内鉛直応力を比較した。その結果、載荷長さが載荷幅の2倍以上あれば、載荷幅分下がった位置でも、2次元と3次元の差が2割以内に抑えられることが示された。今後は、地盤が層構造等の不均質性を有する場合の検討を行う必要がある。

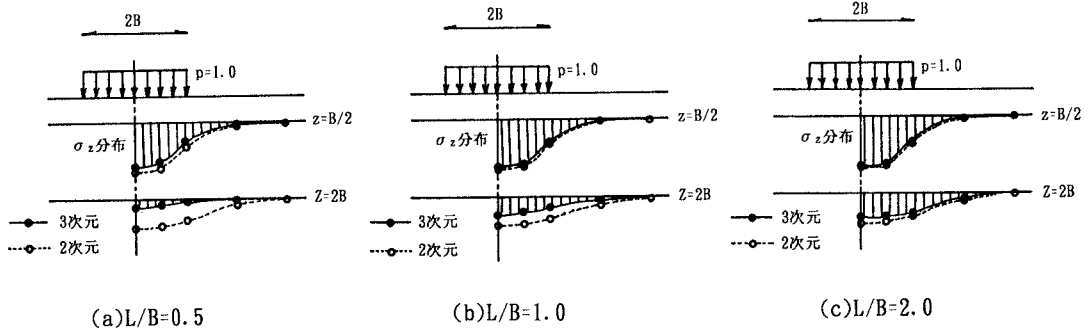


図4 鉛直応力の水平方向分布

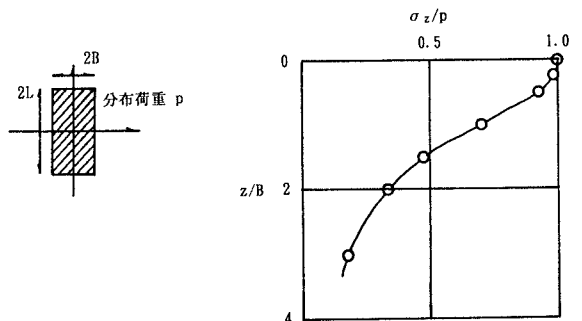


図5 深度分布 ($L/B=1.0$, 原点直下)

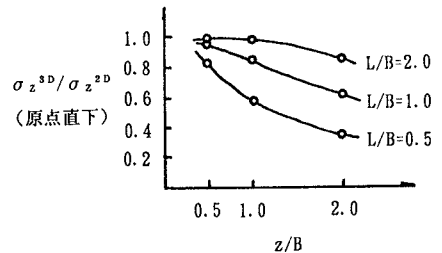


図6 3次元と2次元の比

<参考文献>

- 1) Y. C. ファン: 固体の力学/理論、培風館、1977 2) 赤井浩一: 土質力学、朝倉書店、1977