

Ⅲ-183

有限変形理論による弾粘塑性有限要素解析に関する基礎的研究

大 阪 市 正会員 友田伸治
 京都大学防災研究所 正会員 三村 衛
 京都大学防災研究所 正会員 嘉門雅史

1. はじめに

土が変形しその延長線上に破壊があるという考え方に立つとき、この一連の挙動を土質力学で広く用いられている微小変形の考え方で説明するのは難しい。これを克服するために、ストレッチ成分だけでなく、要素の剛体回転を考慮に入れた有限変形の考え方を導入することにより、土の変形から破壊に至る挙動を統一的に説明しようとする研究¹⁾が近年進められてきている。

本研究では、粘性土の挙動を念頭に置いて、弾粘塑性モデルを有限変形理論によって定式化し、有限要素プログラムをコーディングする。そして、実際に有限変形有限要素解析による要素の応力～ひずみ関係や有効応力経路といった基礎的なパフォーマンスを示し、その妥当性について検討する。

2. 構成モデル

本研究では、粘塑性クリープを表現できる非定常流動曲面型弾粘塑性モデル²⁾(関口モデル)を有限変形理論によって有限要素解析用に定式化する³⁾。このモデルの降伏関数は次式のように表される。

$$F = \alpha \ln \left\{ 1 + \frac{\dot{v}_0 t}{\alpha} \exp \left(\frac{f}{\alpha} \right) \right\} - v^{vp} = 0 \quad (1)$$

ここに、 α は二次圧縮指数、 $\dot{v}_0$ は基準体積ひずみ速度、 v^{vp} は粘塑性体積ひずみである。また、スカラー関数 f は次式を採用する。

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \left(\frac{p'}{p'_0} \right) + D \left(\frac{q}{p'} \right) \quad (2)$$

ここに、 λ は圧縮指数、 κ は膨潤指数、 e_0 は初期間隙比、 p' は Cauchy 応力の平均有効応力、 p'_0 は初期の平均有効応力、 D はダイレイタンス係数、 q はせん断応力である。

客観性のある応力速度には Cauchy 応力の Jaumann 速度 ($\dot{T} = \dot{T} + TW - WT$ 、 T は Cauchy 応力、 W はスピントル)を用いる。そして、ストレッチングテンソル D が弾性成分 D^e と粘塑性成分 D^p に分解できる ($D = D^e + D^p$) ものと仮定し、関連流れ則 ($D^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial T}$) を用いて若干の計算を行うと、構成モデルの応力とひずみの関係が次のように導かれる。

$$\dot{T}_{ij} = \left(E_{ijkl}^e - \frac{E_{ijpq}^e F_{pq} F_{mn} E_{mnkl}^e}{F_{st} E_{stuv}^e F_{uv} - J F_{uv} \delta_{uv}} \right) D_{kl} - \frac{E_{ijpq}^e F_{pq} F_t}{F_{st} E_{stuv}^e F_{uv} - J F_{uv} \delta_{uv}} \quad (3)$$

ここに、 E_{ijkl}^e は弾性剛性テンソルであり、 $F_{ij} = \frac{\partial F}{\partial T_{ij}}$ 、 $F_t = \frac{\partial F}{\partial t}$ 、 $J = \det F$ である。

3. 解析の概要と結果

以上のようにして得られた式を用いて実際にコーディングを行った。この弾粘塑性有限要素プログラムを用いて行われた解析例を紹介する。

図1は解析に用いられた供試体である。上下左右の対称性を考慮して、供試体全体の $1/4$ 部分の平面ひずみ圧縮解析を行い、有限要素は図2に示すように400要素に分割した。材料定数は表1に示す。この供試体を、等方応力条件の下でひずみ速度 $0.1\%/min$ 、1000ステップで10%のひずみが生じるよう、時間および強制変位量を分割した。

図3は強制ひずみが供試体全体の7%のときの変形メッシュである。これより、供試体右上端から中心に向かってせん断帶らしきものが見れることが確認できる。図4は偏差応力～ひずみ関係、図5は有効応力経路である。これより、供試体右上端（No.400）では非常に大きなひずみが生じているのに対して、供試体上端面の中央部（No.381）の要素は発現応力もきわめて小さく、ほとんどひずみも生じていない。さらに、供試体中心部（No.1）では、ひずみが15%を越えたあたりから、除荷したような傾向がでてくる。これは局所化が起こり、その部分に変形が集中したために作用する応力が小さくなったものと思われる。図6は強制ひずみ3%のときの有効応力比のコンターを示している。供試体右上端から中心部にかけて値が大きく、せん断帯と思われる部分がすでに限界状態に近いことがわかる。

表1 解析に用いた材料定数

λ	0.355
κ	0.0477
M	1.45
α	8.00×10^{-3}
$\dot{\nu}_0$	$4.13 \times 10^{-8}(\text{/sec})$
k	$1.16 \times 10^{-8}(\text{cm/sec})$
p'_0	$1.0(\text{kgf/cm}^2)$
p'_c	$1.0(\text{kgf/cm}^2)$
ν	0.33
e_0	2.0

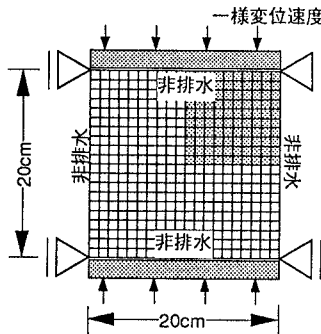


図1 供試体モデル

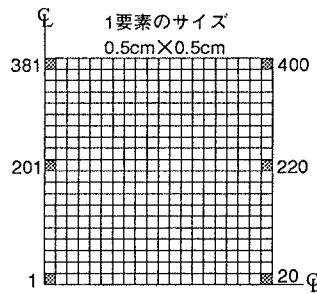


図2 有限要素メッシュ

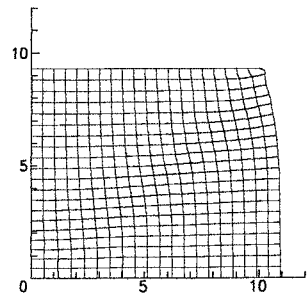


図3 変形メッシュ

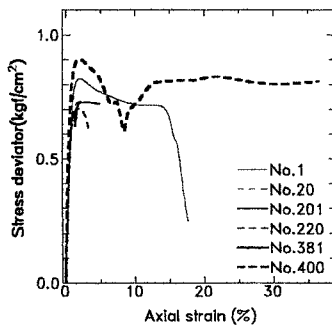


図4 応力～ひずみ関係

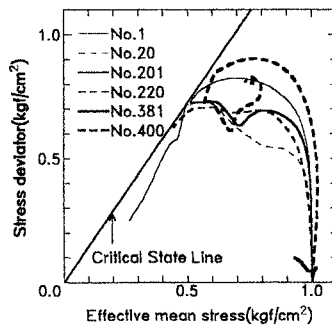


図5 有効応力経路

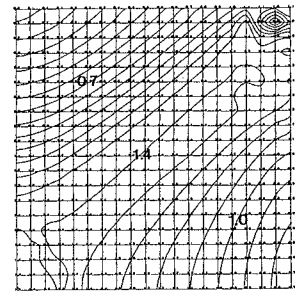


図6 有効応力比コンター

4. おわりに

飽和粘土の時間依存性を考慮した弾粘塑性モデルを用いて、有限変形理論により応力～ひずみの関係式を導き、実際に等方応力条件下における端面拘束非排水平面ひずみ圧縮試験の数値シミュレーションを行った。その結果、有限変形解析により供試体内部の応力と変形の不均質性や、変形の卓越する領域が表現できることが明らかになった。

参考文献 1) 例えば、Yatomi et al. : General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, Soils and Foundations, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.

2) Sekiguchi, H. : Rheological characteristics of clays, Proc. 9th ICSMFE, Vol.1, Tokyo, pp.289-292, 1977.

3) 友田伸治 : 有限変形理論による弾粘塑性有限要素解析による基礎的研究, 京都大学修士論文, 1995.