

京都大学農学部 学生会員 ○木山 正一
正会員 長谷川高士

はじめに 過圧密履歴効果が考慮された新しい2面モデルを提案し、そのモデルを用いて材料が受けた過圧密履歴とせん断強度との関係を考察した。2面モデルの特徴は、正規降伏曲面内に降伏曲面を設定することで、塑性流れが正規降伏曲面内でも発生し、正規降伏曲面の拡大・収縮が表現されることにある。提案するモデルは、この正規圧密降伏曲面内での塑性流れが、体積圧縮・せん断ひずみ双方によって起こるものと考えて誘導された。正規降伏曲面の拡大・収縮割合が、せん断強度の変化を支配することを示した。

I. 塑性負荷基準 応力空間 $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ において過圧密履歴を描写するために、正規降伏曲面 ($F=0$) 内に下曲面 ($f=0$) (以降、降伏曲面) を導入する²⁾。降伏曲面の配置は、塑性負荷によって正規降伏曲面内で移動すると考え、任意の応力値は、2曲面を規定する座標系に関して、各々偏差・体積成分に分解される。

$$\sigma' = \begin{cases} s + (\sigma' : I) I = s + p' I & (1) \\ \bar{s} + (\sigma' : \alpha) \alpha = \bar{s} + \bar{p}' \alpha & (2) \end{cases}$$

ここで、次の塑性負荷基準が定義される (Fig. 1)。

$$\left[f \leq 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} < 0 \right] \dots \dots \dots \text{elasticity} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f=0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} \geq 0, F \leq 0, \frac{\partial F}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} < 0 \end{cases} \text{---plasticity on } f=0 \quad (4)$$

$$F=0, \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} \geq 0 \text{plasticity on } F=0 \quad (5)$$

具体的な2曲面の関数は、次式で与えられる。

$$f(\sigma', \alpha(\epsilon^p), \bar{m}(\epsilon^p), \bar{p}'_0(\epsilon^p)) = \bar{m} \ln \left\{ \frac{\bar{p}'}{\bar{p}'_0} \right\} + \bar{\eta} \quad (6)$$

$$F(\boldsymbol{\sigma}', p'_{\circ}(\boldsymbol{\epsilon}^p)) = \ln \left\{ \frac{p'}{p'_{\circ}} \right\} + \frac{\mu}{\mu-1} \ln \left\{ \frac{\mu M + (\mu-1)\eta^*}{\mu M} \right\} \quad (7)$$

ここで

$$\bar{\eta} = \frac{\{\mathbf{s}:\mathbf{s}\}^{\frac{1}{2}}}{\bar{p}_1} \quad (8), \quad \eta^* = \left\{ \left(\frac{\mathbf{s}}{\bar{p}_1} - \frac{\mathbf{s}}{\bar{p}_0} \right) : \left(\frac{\mathbf{s}}{\bar{p}_1} - \frac{\mathbf{s}}{\bar{p}_0} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

降伏関数(式(6))は、等方一移動硬化則に従うことを示し、次の材料挙動の評価に不可欠となる。1)履歴に依存して異なる塑性滑り面が材料内部に発生する物理描写が、移動硬化(α)の導入で可能となる。2)任意の応力経路に対する塑性変形は、せん断ひずみ($\bar{\mathbf{e}}^p = \mathbf{e}^p - (\mathbf{e}^p : \alpha)\alpha$)・体積圧縮ひずみ($\mathbf{e}^p : \alpha$)による等方硬化($\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{p}}'$)で記述できる。式(6)の各硬化パラメータは以下で与えられる。

$$\dot{\bar{m}} = \frac{\overline{G}(\overline{m}_t - \overline{m})^2}{\overline{m}_f^2 \overline{\epsilon}^p} (\overline{\epsilon}^p : \dot{\overline{\epsilon}}^p) \quad (12), \quad \dot{\bar{p}}_0 = b (\dot{\overline{\epsilon}}^p : \overline{\alpha}) \bar{p}'_0 \quad (13)$$

$$\dot{\bar{m}} = \frac{\bar{G}(\bar{m}_f - \bar{m})^2}{\bar{m}_f^2 \bar{e}^p} (\bar{\mathbf{e}}^p : \dot{\bar{\mathbf{e}}}^p) \quad (12),$$

$$\dot{\bar{\mathbf{p}}}'_0 = \mathbf{b}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p; \boldsymbol{\alpha}) \bar{\mathbf{p}}'_0 \quad (13)$$

II. 正規降伏曲面内での塑性流れ 塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ は、塑性ポテンシャル g に関する応力速度で決まる。

$$\dot{\mathbf{e}}^p = \dot{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \quad (14)$$

Λ は塑性定数であり、塑性ポテンシャルは、過圧密領域から正規圧密領域への遷移過程で連続である¹⁾ (Fig. 2)。

$$g(\sigma') = \ln \left\{ \frac{p'}{p'_0} \right\} + \frac{\mu}{\mu-1} \ln \left\{ \frac{\mu \tilde{m} + (\mu-1) \eta}{\mu \tilde{m}} \right\} \quad (15)$$

$\bar{m}$ は応力状態に応じて変化し、塑性定数は、次式となる。

$$\dot{\Lambda} = -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}'} : \dot{\mathbf{\sigma}'} \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{\sigma}'} \mathbf{A} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{\bar{m}}} \mathbf{B} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{\bar{p}}'} \mathbf{C} \right)^{-1} \quad (16)$$

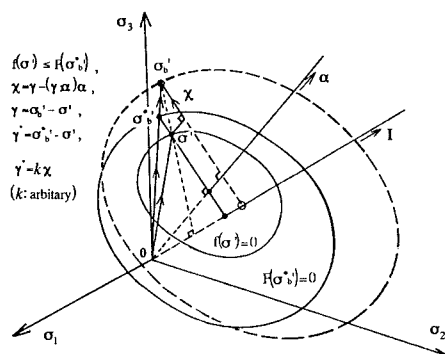


Fig. 1 Two surfaces on the π' plane with normal α

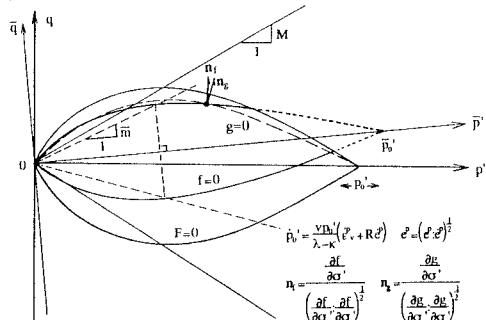


Fig. 2 Two surfaces on the q - p' plane

ここで A, B, C は次のとおり与えられる ($\mu=1$ のとき)。

$$A = \frac{k}{\bar{p}_0'} \left\{ \left(\bar{m} - \bar{\eta} \right)^2 + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \chi \quad (18), \quad B = \frac{\bar{G}(\bar{m}_f - \bar{m})^2}{\bar{m}_f^2 \bar{p}_0' \bar{e}^p} \left[\bar{e}^p : \left\{ (\bar{m} - \bar{\eta}) \mathbf{I} + \frac{1}{\eta} \bar{\eta} \right\} \right] \quad (19), \quad C = \frac{b \bar{p}_0'}{p'} \left[\left\{ (\bar{m} - \bar{\eta}) \mathbf{I} + \frac{1}{\eta} \bar{\eta} \right\} : \alpha \right] \quad (20)$$

III. 正規降伏曲面の拡大・縮小 正規降伏曲面内で生じる塑性ひずみは、正規降伏曲面の大きさに直接寄与する。正規降伏関数 (式(7)) の硬化パラメータ p_0' は、塑性偏差・体積ひずみに依存する^{3,3)} と考える。

$$\dot{p}_0' = \frac{v p_0'}{\lambda - \kappa} \left\{ \dot{\epsilon}^p + R \left(\dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (21)$$

ここで、 λ, κ は Cam clay モデル⁹⁾ の材料パラメータであり、ひずみは偏差・体積成分に分解される。

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^p + (\dot{\epsilon}^p : \mathbf{I}) \mathbf{I} = \dot{\epsilon} + \left(\dot{\epsilon}^p / \sqrt{3} \right) \mathbf{I} \quad (22)$$

R は、材料パラメータであり、変相状態以降の体積膨潤に伴うひずみ硬化挙動の程度を表わす。また、 R 値に応じて正規降伏曲面は拡大 ($\dot{p}_0' > 0$)、及び縮小 ($\dot{p}_0' < 0$) をすることにもなる。

IV. 過圧密履歴とせん断強度 体積膨潤によるひずみ硬化を示さない ($R=0$) 材料について、軽い過圧密履歴を与えた場合を考える。材料は等方圧密除荷後、過圧密比2.7の状態から Fig. 3 に示す放射状の応力経路を負荷を受けたものとする。材料パラメータ ($v=1.80$; 体積比, $\mu=1.80$, $\lambda=0.07812$, $\kappa=0.009114$, $M=0.660$, $\bar{m}_f=0.300$, $\bar{G}=200$, $\bar{p}_0'=90.0$) は、特に移動硬化速度を変化させ ($k=0.1, 0.5$)、正規降伏曲面の拡大率を比較した。

1. 正規降伏曲面の拡大範囲 各応力経路方向での正規降伏曲面の拡大限界範囲を Fig. 3 に示す。移動硬化速度が大きいほど ($k=0.5$) 過圧密領域で発生する塑性ひずみは少なくなり、正規降伏曲面の拡大範囲が小さくなること分かる。また、材料が再載荷時に、適当な主応力方向回転を受けた場合 (Fig. 3 で応力比が変相状態のおよそ半分)、正規降伏曲面の拡大率が最大になることが本モデルによって明らかである。

2. 正規降伏曲面の拡大範囲 Fig. 4 は、Fig. 3 に示す●印の応力点から非排水せん断を行うとき、せん断強度の増加率について Cam clay モデル⁹⁾ を基準としてまとめたものである。Fig. 4 から正規降伏曲面拡大が最も大きくなる場合に、せん断強度増加率が最大となることが分かる。

V. まとめ 過圧密域での塑性変形が導入されること

で、主応力方向回転に伴うせん断強度変化例を示した。このことは、土質材料の圧密・せん断過程の組み合わせで、より強い土構造を作る方法を知るために有効である。材料パラメータの決定法とともに、土の圧密せん断試験を通して、実際の挙動とモデルとの妥当性を今後考察することが大切になると考えられる。

REFERENCE 1) Adachi, T. and Oka, F., Constitutive equation for sands and over consolidated clay, and assigned works for sand, Constitutive relations for soils (A.A.Balkema, 1982), pp.141-157. 2) 木山, 長谷川, 過圧密履歴が及ぼす非排水せん断挙動特性, 平成7年度農業土木学会講演要旨集. 3) di Prisco, C., Nova R. and Lanier, J., A mixed isotropic-kinematic hardening constitutive law for sand. Modern approaches to plasticity (Elsevier science, 1993), pp.83-124. 4) Roscoe, K.H. and Burland, J.B., On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay. Engineering plasticity (Cambridge Univ. Press, 1968), pp.535-609.

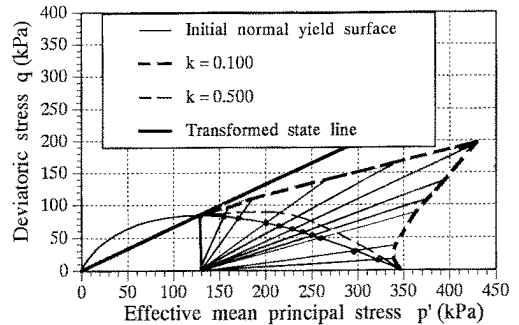


Fig.3 Limitation of the expansion of normal yield surface

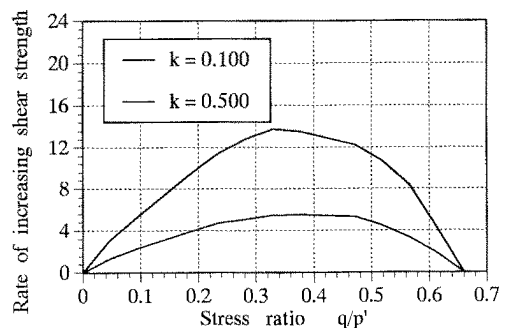


Fig.4 Increment of shear strength brought by overconsolidated history